

Dinámica

MATEMÁTICA

LIBRO CARPETA



puerto de palos

Gerente editorial

Daniel Arroyo

Corrector de estilo

Gabriel Valeiras

Jefe del área de Matemática

Gabriel H. Lagoa

Coordinadora del Departamento de Arte y Diseño

María Natalia Bellini

Editores

Giuliana Corridoni

Christian Fernández

Diagramación

Inés Rossano

Autores

Roxana Abálsamo

Sandra Barrutia

Mariela Boccioni

Graciela Cabral

María Milagros Memoli

Mariel Strahman

Alicia Tabaj

Yésica Vigione

Matemática 1 : dinámica / Roxana Abálsamo ... [et al.]. - 1a ed. - Boulogne :

Puerto de Palos, 2020.

176 p. ; 28 x 20 cm.

ISBN 978-987-764-303-9

1. Matemática. I. Abálsamo, Roxana.

CDD 510.712

© Editorial Puerto de Palos S.A., 2021.

Editorial Puerto de Palos S.A. forma parte del Grupo Macmillan.

Av. Blanco Encalada 104, San Isidro, provincia de Buenos Aires, Argentina.

Internet: www.puertodepalos.com.ar

Queda hecho el depósito que dispone la ley 11.723.

Impreso en Argentina.

Printed in Argentina.

ISBN 978-987-764-303-9

La presente obra se ha elaborado teniendo en cuenta los aportes surgidos de los encuentros organizados por el Instituto Nacional contra la Discriminación, la Xenofobia y el Racismo (Inadi) con los editores de texto.

No se permite la reproducción parcial o total, el almacenamiento, el alquiler, la transmisión o la transformación de este libro, en cualquier forma o por cualquier medio, sea electrónico o mecánico, mediante fotocopias, digitalización y otros métodos, sin el permiso previo del editor.

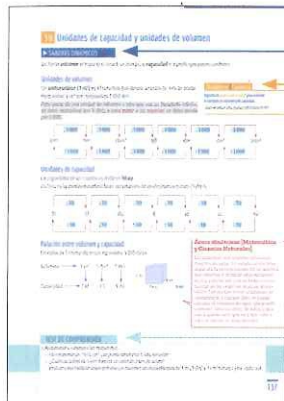
Su infracción está penada por las leyes 11.723 y 25.446.

Primera edición.

Esta obra se terminó de imprimir en octubre de 2020, en Arcángel Maggio – División libros, Lafayette 1695, Ciudad Autónoma de Buenos Aires, Argentina.

Dinámica Matemática 1

Es una nueva propuesta que facilita el aprendizaje de la matemática a través de 489 actividades que favorecen la comprensión de los distintos temas.

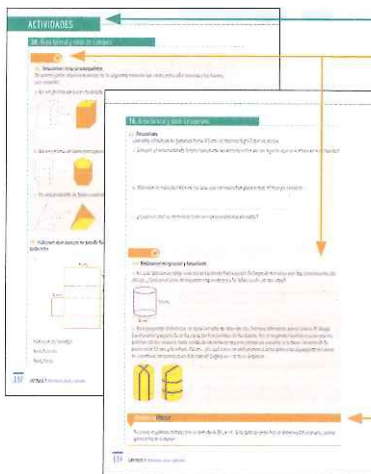


SABERES DINÁMICOS se presentan definiciones, clasificaciones, procedimientos básicos y ejemplos de cada contenido que facilitan la comprensión.

Dinámica Conecta se presentan enlaces web con demostraciones, ejemplos, procedimientos, etcétera.

Áreas dinámicas [Matemática y...] se integran contenidos del área con saberes de otras áreas.

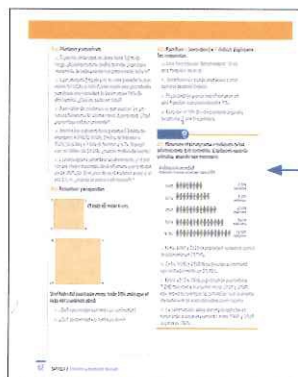
TEST DE COMPRENSIÓN se presentan preguntas básicas que permiten evaluar la comprensión de la teoría y trabajar sobre errores frecuentes.



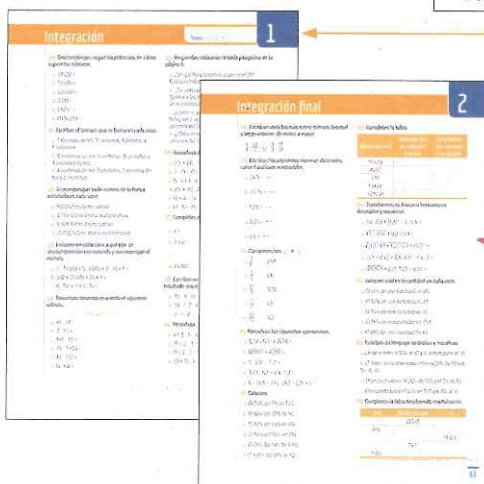
ACTIVIDADES para cada tema se proponen distintas actividades que están relacionadas de manera secuencial.

actividades para realizar en grupos.

Dinámica Mente propone situaciones problemáticas con un mayor nivel de complejidad.



actividades del estilo de las evaluaciones educativas nacionales e internacionales.



Integración incluye más actividades para resolver en la carpeta.

Trabajo con capacidades

En todos los capítulos se ofrecen variadas actividades orientadas a desarrollar valores y habilidades para la formación del ciudadano del siglo XXI.

ÍNDICE

Capítulo 1: NÚMEROS NATURALES

1. Sistema de numeración decimal.....	5
2. Multiplicación y división.....	7
3. Potenciación y radicación.....	11
4. Operaciones combinadas.....	13
Integración 1-2-3-4.....	17
5. Divisibilidad.....	19
6. Factorización.....	21
7. Múltiplo común menor y divisor común mayor.....	23
8. Lenguaje simbólico. Ecuaciones.....	27
Integración final.....	31

Capítulo 2: FRACCIONES Y EXPRESIONES DECIMALES

9. Números racionales. Representación en la recta.....	33
10. Fracciones equivalentes. Comparación de fracciones.....	35
11. Operaciones con fracciones.....	37
12. Potenciación y radicación de fracciones.....	41
13. Operaciones combinadas con fracciones.....	43
Integración 9-10-11-12-13.....	47
14. Fracciones y expresiones decimales.....	49
15. Operaciones con decimales. Operaciones combinadas.....	51
16. Aproximación y porcentaje.....	55
Integración final.....	61

Capítulo 3: FUNCIONES

17. Gráficos y tablas.....	63
18. Funciones.....	67
19. Función de proporcionalidad directa.....	69
20. Función de proporcionalidad inversa.....	71
Integración final.....	73

Capítulo 4: CUERPOS

21. Clasificación de los cuerpos.....	75
22. Poliedros regulares.....	77
23. Desarrollo plano de los cuerpos.....	79
24. Punto, recta y plano.....	83
Integración final.....	85

Capítulo 5: ÁNGULOS

25. Ángulos. Sistema sexagesimal y operaciones.....	87
26. Clasificación de ángulos.....	89
27. Mediatriz de un segmento.....	93
28. Bisectriz de un ángulo.....	95
Integración final.....	97

Capítulo 6: FIGURAS PLANAS

29. Triángulos.....	99
30. Construcción de triángulos.....	101
31. Cuadriláteros.....	105
32. Construcción de cuadriláteros.....	107
Integración 29-30-31-32.....	111
33. Circunferencia y círculo.....	113
34. Construcción de circunferencias.....	115
35. Polígonos.....	117
36. Construcción de polígonos regulares.....	119
Integración final.....	123

Capítulo 7: PERÍMETRO, ÁREA Y VOLUMEN

37. Perímetro y área de figuras planas.....	125
38. Área lateral y total de cuerpos.....	131
Integración 37-38.....	135
39. Unidades de capacidad y unidades de volumen.....	137
40. Volumen de poliedros.....	139
41. Volumen de cuerpos redondos.....	143
Integración final.....	147

Capítulo 8: PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

42. Variables, población y muestra.....	149
43. Frecuencias absolutas y relativas.....	151
44. Promedio, mediana y moda.....	155
45. Experimentos aleatorios. Probabilidad simple.....	157
46. Cálculo combinatorio.....	159
Integración final.....	161

Capítulo 9: NÚMEROS ENTEROS

47. Números negativos.....	163
48. Orden y representación.....	165
49. Adición y sustracción.....	167
50. Multiplicación y división.....	169
51. Operaciones combinadas.....	171
Integración final.....	175

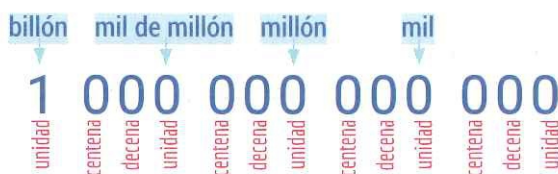
Números naturales

1. Sistema de numeración decimal

► SABERES DINÁMICOS

Nuestro sistema de numeración es:

- **decimal**, porque utiliza diez símbolos: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.
- **posicional**, porque el valor de cada cifra depende de la posición que ocupa en el número.



Descomposición de números naturales

Los números naturales se pueden **descomponer** de distintas formas.

Número	Tipo de descomposición	Desarrollo
7 281	Aditiva	$7\,000 + 200 + 80 + 1$
	Multiplicativa	$7 \cdot 1\,000 + 2 \cdot 100 + 8 \cdot 10 + 1$
	En potencias de 10	$7 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^2 + 8 \cdot 10^1 + 1 \cdot 10^0$

$$35\,720\,005 = 30\,000\,000 + 5\,000\,000 + 700\,000 + 20\,000 + 5$$

$$35\,720\,005 = 3 \cdot 10\,000\,000 + 5 \cdot 1\,000\,000 + 7 \cdot 100\,000 + 2 \cdot 10\,000 + 5 \cdot 1\,000$$

$$35\,720\,005 = 3 \cdot 10^7 + 5 \cdot 10^6 + 7 \cdot 10^5 + 2 \cdot 10^4 + 5 \cdot 10^0$$

Se lee: treinta y cinco millones setecientos veinte mil cinco.

$$20\,107\,040 = 20\,000\,000 + 100\,000 + 7\,000 + 40$$

$$20107040 = 2 \cdot 10\,000\,000 + 1 \cdot 1\,000\,000 + 7 \cdot 100\,000 + 4 \cdot 10\,000$$

$$20107040 = 2 \cdot 10^7 + 1 \cdot 10^5 + 7 \cdot 10^3 + 4 \cdot 10^1$$

Se lee: veinte millones ciento siete mil cuarenta.

TIP

Se usa el punto (.) como signo "por" de la multiplicación.

Todo número elevado a cero es 1.

$10^0 = 1$

$15^0 = 1$

Dinámica TConecta

Ingresa en <https://puerto.pub/descom>* para ver un video acerca de la descomposición de números naturales en suma de potencias de 10.

* Enlace acortado de <https://www.youtube.com/watch?v=GAWKerTjIE>

TEST DE COMPRENSIÓN

1. Respondan y expliquen las respuestas.
 - a. ¿Cuánto es $8 \cdot 10^3$?
 - b. Con los símbolos del sistema decimal, ¿cuántos números de 3 cifras se pueden escribir?
 - c. ¿Es correcto que $2 \cdot 10^3 + 3 \cdot 10 + 1$ es una descomposición de 231?
 - d. Descompongan el número 3 204 en las tres formas vistas.

1. Sistema de numeración decimal

1. Descompongan según las potencias de 10 los siguientes números.

a. $2034015 =$ _____

b. $392420 =$ _____

c. $3 + 200 + 5000 + 40 =$ _____

d. $4 \cdot 1000 + 2 \cdot 10 + 7 =$ _____

2. Escriban el número que corresponde a cada representación.

a. $4 \cdot 100000 + 2 \cdot 1000 + 3 \cdot 10 =$ _____

b. $5 \cdot 10^4 + 8 \cdot 10^3 + 10^2 + 5 =$ _____

c. $3 \cdot 10000 + 2 \cdot 10^4 + 5 \cdot 1000 + 3 \cdot 100 + 4 \cdot 10 + 1 =$ _____

d. $2 \cdot 10^2 + 25 \cdot 10 + 3 =$ _____

3. Escriban con letras cómo se leen los números de los ítems a. y c. de la actividad anterior.

4. Completen con las cifras que faltan para que se verifique la igualdad.

a. $\square \cdot 10^5 + 5 \cdot 10^{\square} + 3 = 1\square\square053$

b. $2 \cdot 10^5 + \square \cdot 10^3 + 3 \cdot 10^{\square} + 2 \cdot 10^{\square} = \square04302$

c. $3 \cdot 10^{\square} + 9 \cdot 10^{\square} + \square \cdot 10 + 7 \cdot 10^3 = \square\square59$

d. $4 \cdot 10^{\square} + \square \cdot 10^{\square} + 1 \cdot 10^{\square} + 2 \cdot 10^{\square} = 4\square\square41\square2$

5. Encuentren un número que cumpla con las condiciones pedidas en cada caso.

Luego, revisen las respuestas con sus compañeros.

a. Es impar y menor que 100. Sus cifras suman 7 y la cifra de la decena supera en uno a la cifra de la unidad.

b. Tiene tres cifras: la de la unidad es un número impar múltiplo de 5; otra vale $2 \cdot 10^2$, y la restante es el doble de la anterior.

c. Tiene cuatro cifras: dos de ellas valen $5 \cdot 10$ y $7 \cdot 10^3$; la suma entre la cifra de la unidad de mil y la cifra de la unidad es 8, y la cifra de la centena supera en 2 a la cifra de la decena.

d. Es menor que 1 000: la suma entre la cifra de la centena y la cifra de la decena es 5 y la diferencia entre ambas es 1, y la cifra de la unidad es el doble de la cifra de la decena.

2. Multiplicación y división

► SABERES DINÁMICOS

Los números que intervienen en una **multiplicación** y en una **división** tienen nombres especiales.

Multiplicación

$$\begin{array}{c} \text{producto} \\ \downarrow \\ a \cdot b = c \\ \uparrow \\ \text{factores} \end{array}$$

División

$$\begin{array}{c} \text{dividendo} \quad \text{divisor} \\ \downarrow \quad \downarrow \\ D \quad | \quad d \\ \text{resto} \rightarrow r \quad c \leftarrow \text{cociente} \end{array}$$

$$D = d \cdot c + r$$

Propiedades de la multiplicación

Asociativa: si se cambia el orden de los paréntesis, el resultado no varía.

$$(2 \cdot 13) \cdot 5 = 2 \cdot (13 \cdot 5)$$

Conmutativa: el orden de los factores no cambia el resultado.

$$6 \cdot 8 = 8 \cdot 6$$

Disociativa: un factor se puede descomponer en otros factores.

$$7 \cdot 12 = 7 \cdot (2 \cdot 6)$$

Elemento neutro: el número 1 como factor no cambia el resultado.

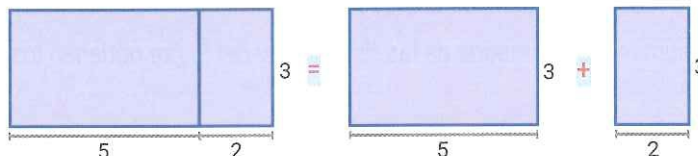
$$25 \cdot 1 = 1 \cdot 25 = 25$$

TIP

Los **paréntesis** se colocan para indicar que se resuelven primero las operaciones que ellos encierran.

Propiedad distributiva de la multiplicación

$$\begin{array}{l} (5 + 2) \cdot 3 = 5 \cdot 3 + 2 \cdot 3 \\ 7 \cdot 3 = 15 + 6 \\ \mathbf{21} = \mathbf{21} \end{array}$$



$$\begin{array}{l} 4 \cdot (6 - 1) = 4 \cdot 6 - 4 \cdot 1 \\ 4 \cdot 5 = 24 - 4 \\ \mathbf{20} = \mathbf{20} \end{array}$$

Propiedad distributiva de la división

$$\begin{array}{l} (10 + 8) : 2 = 10 : 2 + 8 : 2 \\ (24 - 15) : 3 = 24 : 3 - 15 : 3 \end{array}$$

En la división solo se puede distribuir cuando la suma o la resta entre paréntesis se encuentra en el dividendo. Cada término debe ser múltiplo del divisor.

TEST DE COMPRENSIÓN

1. Respondan y expliquen las respuestas.

a. ¿Es cierto que $20 : (2 + 4) = 20 : 2 + 20 : 4$?

b. ¿Es cierto que $2 \cdot 4 + 5 \cdot 4 = 7 \cdot 4$?

c. Realicen un dibujo que represente la aplicación de la propiedad distributiva en $(10 + 8) : 2 = 10 : 2 + 8 : 2$. Por ejemplo, pueden dibujar 18 puntos que representen las unidades, separarlos en dos grupos (10 y 8) y dividir cada grupo por 2.

2. Multiplicación y división

6. Completen la tabla pitagórica.

.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0											
1											
2											
3											
4											
5											
6											
7											
8											
9											
10											



7. Reúnanse con un compañero, analicen la tabla pitagórica y resuelvan.

a. Respondan y expliquen las respuestas.

- Si se suman los resultados de las filas del 1 y del 5, ¿se obtienen los valores de la fila del 6?
- Si se suman los resultados de las filas del 4 y del 5, ¿se obtienen los valores de la fila del 6?
- Si a los resultados de la fila del 6 se les restan los de la fila del 2, ¿se obtienen los valores de la fila del 3?
- Si se multiplican los resultados de las filas del 2 y del 5, ¿se obtienen los valores de la fila del 7?
- Si se multiplican los resultados de las filas del 2 y del 3, ¿se obtienen los valores de la fila del 6?

b. Completen con la fila del 15. Pueden usar los resultados de la tabla pitagórica.

.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
15											

8. Calculen utilizando la tabla pitagórica.

- | | | | |
|---------------|---------------|---------------|----------------|
| a. $33 : 3 =$ | c. $48 : 4 =$ | e. $30 : 2 =$ | g. $56 : 4 =$ |
| b. $24 : 2 =$ | d. $65 : 5 =$ | f. $45 : 3 =$ | h. $120 : 5 =$ |

2. Multiplicación y división

9. Calculen los siguientes productos utilizando una calculadora, pero sabiendo que la tecla del 8 no funciona. Escriban los cálculos realizados en cada caso.

a. $124 \cdot 8 =$ _____

b. $28 \cdot 15 =$ _____

c. $184 \cdot 5 =$ _____

d. $8 \cdot 32 =$ _____

e. $88 \cdot 8 =$ _____

10. Resuelvan las operaciones teniendo en cuenta el siguiente cálculo.

Indiquen las cuentas realizadas en cada caso. Expliquen la respuesta como en el ejemplo.

$$15 \cdot 7 = 105$$

a. $30 \cdot 7 = 15 \cdot 2 \cdot 7$ porque $30 = 15 \cdot 2$

$= 15 \cdot 7 \cdot 2$ por propiedad conmutativa

$= 105 \cdot 2 = 210$ porque $(15 \cdot 7 = 105)$

f. $30 \cdot 14 =$ _____

b. $15 \cdot 14 =$ _____

g. $150 \cdot 70 =$ _____

c. $5 \cdot 7 =$ _____

h. $13 \cdot 7 + 2 \cdot 7 =$ _____

d. $5 \cdot 14 =$ _____

i. $105 : 7 =$ _____

e. $45 \cdot 21 =$ _____

j. $105 : 15 =$ _____

11. Calculen mentalmente los siguientes cálculos utilizando este producto.

$$5 \cdot 30 = 150$$

a. $5 \cdot 29 =$ _____

e. $4 \cdot 30 =$ _____

b. $5 \cdot 31 =$ _____

f. $4 \cdot 30 + 30 =$ _____

c. $5 \cdot 15 =$ _____

g. $5 \cdot 29 + 5 =$ _____

d. $5 \cdot 60 =$ _____

h. $3 \cdot 30 + 2 \cdot 30 =$ _____

2. Multiplicación y división

12. Resuelvan.

a. Completen la tabla.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
10										
100										
1 000										



b. Reúnanse con un compañero, analicen la tabla anterior y escriban una regla que permita calcular mentalmente multiplicaciones por 10, 100, 1 000, etc.

13. Marquen con una X los números que son múltiplos de 10.

- a. 1 240 ☐ c. 255 ☐ e. 35 000 ☐
 b. 357 800 ☐ d. 350 ☐ f. 1 505 ☐

14. Resuelvan mentalmente aplicando propiedades de la multiplicación. Expliquen cómo pensaron cada caso.

- a. $125 \cdot 10 =$ _____ c. $5347 \cdot 5 \cdot 2 =$ _____
 b. $100 \cdot 2578 =$ _____ d. $21 \cdot 200 =$ _____

15. Completen con una multiplicación o división que contenga un múltiplo de 10.

Operación	Resultado
$150 \square =$	15 000
$6 \square =$	180
$210 \square =$	21
$2400 \square =$	24
$27 \square =$	5 400
$36 \square =$	3 600
$2000 \square =$	400



16. Reúnanse con un compañero y escriban una regla que permita calcular mentalmente divisiones por múltiplos de 10, 100, 1 000, etc.

3. Potenciación y radicación

► SABERES DINÁMICOS

Potenciación

La **potenciación** es una operación que permite escribir en forma abreviada una multiplicación de factores iguales.

$$7^2 = 7 \cdot 7 = 49$$

Se lee: "siete elevado al cuadrado".

$$4^3 = 4 \cdot 4 \cdot 4 = 64$$

Se lee: "cuatro elevado al cubo".

$$\begin{array}{ccccc} & & \text{Base} & \longrightarrow & a^b = c & \longleftarrow & \text{Potencia} \\ & & & & \uparrow & & \\ & & & & \text{Exponente} & & \end{array}$$

Áreas dinámicas [Matemática y Ciencias Naturales]

La bipartición es una manera de reproducción que se lleva a cabo en bacterias. Consiste en la duplicación del ADN, seguida de la división del citoplasma, que da lugar a dos células hijas. Por ejemplo: 1 bacteria se divide en 2, luego cada una de ellas en otras 2 y ya tenemos $2 \cdot 2 = 2^2 = 4$; luego, cada una de ellas se divide en otras 2 y tenemos 8 ($2^2 \cdot 2 = 2^3$), etc. Es decir, la cantidad de bacterias se puede expresar como una potencia de 2. La bacteria *Escherichia coli* se puede dividir una vez cada 20 minutos.

Propiedades de la potenciación	Ejemplos
• Para multiplicar dos potencias de igual base , se escribe la misma base y se suman los exponentes.	$3^2 \cdot 3^3 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$ $= 3^{2+3} = 3^5$
• Para dividir dos potencias de igual base , se escribe la misma base y se restan los exponentes.	$5^4 : 5^2 = (5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5) : (5 \cdot 5)$ $= 5^{4-2} = 5^2$
• Para calcular la potencia de otra potencia , se escribe la misma base y se multiplican los exponentes.	$(7^3)^2 = (7 \cdot 7 \cdot 7)^2 =$ $(7 \cdot 7 \cdot 7) \cdot (7 \cdot 7 \cdot 7) =$ $7^{3 \cdot 2} = 7^6$
• La potenciación es distributiva con respecto a la multiplicación y a la división.	$(4 \cdot 3)^2 = 4^2 \cdot 3^2$ $(10 : 5)^3 = 10^3 : 5^3$

Radicación

La **radicación** es la operación inversa de la potenciación.

$$\sqrt{81} = 9, \text{ porque } 9^2 = 81$$

Se lee "la raíz cuadrada de 81 es 9".

$$\sqrt[3]{27} = 3, \text{ porque } 3^3 = 27$$

Se lee "la raíz cúbica de 27 es 3".

$$\begin{array}{ccccc} & & \text{Índice del radical} & \longrightarrow & \sqrt[n]{a} = b & \longleftarrow & \text{Raíz} \\ & & & & \uparrow & & \\ & & & & \text{Radicado} & & \end{array}$$

La radicación es distributiva con respecto a la multiplicación y a la división.

$$\sqrt{25 \cdot 4} = \sqrt{25} \cdot \sqrt{4}$$

Entonces...

$$\sqrt{25} \cdot \sqrt{4} = \sqrt{25 \cdot 4}$$

$$\sqrt{16 : 4} = \sqrt{16} : \sqrt{4}$$

$$\sqrt{16} : \sqrt{4} = \sqrt{16 : 4}$$

Esta propiedad sirve para decidir cómo conviene resolver algunos casos.

$$\sqrt{16 \cdot 36} = \sqrt{16} \cdot \sqrt{36} = 4 \cdot 6 = 24$$

No fue necesario hacer la multiplicación "16 · 36".

$$\sqrt{200} : \sqrt{2} = \sqrt{200 : 2} = \sqrt{100} = 10$$

No se puede resolver sin aplicar la propiedad.

TEST DE COMPRENSIÓN

1. Respondan y expliquen las respuestas.

a. ¿Cuál es el resultado de $2^{15} : 2^{13}$?

b. Es cierto que si $(2^3)^a = 2^{12}$, ¿el valor de "a" es 9?

c. ¿Cuál es el resultado de $\sqrt{2} \cdot \sqrt{8}$?

d. Observen el ejemplo de la propiedad que dice que "para multiplicar dos potencias de igual base, se escribe la misma base y se suman los exponentes" y escriban otro ejemplo de esa propiedad.

3. Potenciación y radicación

17. Escriban el desarrollo de cada potencia y resuelvan.

a. $3^5 =$ _____

e. $1^8 =$ _____

b. $4^3 =$ _____

f. $2^3 \cdot 3^2 =$ _____

c. $10^3 =$ _____

g. $3^5 \cdot 3 \cdot 3^2 =$ _____

d. $0^7 =$ _____

h. $(2^3)^2 =$ _____

18. Escriban V (verdadero) o F (falso), según corresponda.

a. $2^6 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$ ☐

f. $1^{20} = 1$ ☐

b. $3^4 = 3 + 3 + 3 + 3$ ☐

g. $(3 + 5)^2 = 3^2 + 5^2$ ☐

c. $(3^2)^3 = (3^3)^2$ ☐

h. $(10 : 2)^3 = 10^3 : 2^3$ ☐

d. $4^3 = 3^4$ ☐

i. $2^4 \cdot 2^3 = 2^7$ ☐

e. $1 = 3^5 : 3^5$ ☐

j. $4^3 \cdot 4^2 = (2^2)^5$ ☐

19. Lean atentamente y resuelvan.

a. Completen la siguiente tabla.

a^4	a^3	a^2	a
16			

b. Calculen utilizando los valores de la tabla y las propiedades de la potenciación. Para cada caso, escriban un cálculo según la propiedad utilizada. Tengan en cuenta el ejemplo.

• $a^5 = a^3 \cdot a^2 = 8 \cdot 4 = 32$ • $a^7 =$ _____

• $a^6 =$ _____ • $a^0 =$ _____

20. Completen con los números que faltan.

a. $\sqrt{144} =$, porque ² = 144

c. $\sqrt[5]{32} =$, porque ⁵ = 32

b. $\sqrt[3]{27} =$, porque ³ = 27

d. $\sqrt{100} =$, porque ² = 100

21. Resuelvan aplicando propiedades, cuando sea posible.

a. $\sqrt{2} \cdot \sqrt{50} =$ _____

c. $\sqrt{2 \cdot 2^3} =$ _____

b. $\sqrt{4} + \sqrt{25} =$ _____

d. $\sqrt[3]{27 \cdot 8 \cdot 1000} =$ _____

22. Lean atentamente y resuelvan.

Julia mandó un Whats App a dos amigas. Cada una de ellas lo reenvió a otros dos contactos que a su vez lo reenviaron a otros dos.

a. ¿Cuántas personas recibieron el mensaje de Julia? _____

b. Expresen este resultado como suma de potencias de 2. _____

4. Operaciones combinadas

► SABERES DINÁMICOS

- Para resolver una operación combinando todas las operaciones, se pueden seguir estos pasos.

$$\sqrt{4 \cdot 3^2} + \sqrt{25 : 5} - \sqrt{2 \cdot 3} + \sqrt{5^2 \cdot 5^4 : 5^5} =$$

1. Se separa en términos.

$$4 \cdot 9 + 5 : 5 - 2 \cdot 3 + 5 =$$

2. Se resuelven las potencias y las raíces (aplicando las propiedades).

$$36 + 1 - 6 + 5 =$$

3. Se resuelven las multiplicaciones y las divisiones.

$$42 - 6 =$$

4. Se resuelven las sumas y las restas.

$$= 36$$

- Para resolver una operación combinada donde aparecen paréntesis, se pueden seguir los siguientes pasos.

$$(\sqrt{2 \cdot 3^2} + \sqrt{49}) : 5 + (6 - 2^4 : 2^2) \cdot 3 =$$

1. Se separa en términos.

$$(2 \cdot 9 + 7) : 5 + (6 - 4) \cdot 3 =$$

2. Se resuelven las operaciones encerradas en los paréntesis (separando en términos).

$$25 : 5 + 2 \cdot 3 =$$

$$5 + 6 =$$

3. Se resuelve respetando la jerarquía de las operaciones.

$$= 11$$

- El siguiente es un problema que se puede plantear con un cálculo combinado.

Luis está armando un rompecabezas de 100 piezas. Ya ubicó 16 de ellas y quiere calcular cuánto tardará en terminarlo si coloca 3 piezas por hora.

a. ¿Cuántas horas necesita para terminar el rompecabezas con el ritmo estimado?

$$(100 - 16) : 3 = 28$$

Respuesta: si coloca 3 piezas por hora, necesita 28 horas para terminar el rompecabezas.

Al total de 100 piezas, se le restan las 16 piezas ya ubicadas y se reparten en grupos de 3 piezas (las que piensa ubicar cada hora) para obtener la cantidad de horas que necesita.

b. ¿Cuántas piezas tendrá ubicadas luego de 4 horas?

$$16 + 3 \cdot 4 = 28$$

Respuesta: tendrá ubicadas 28 piezas.

A las 16 piezas ubicadas, se le suma la cantidad de piezas que se colocan en 4 horas (3 piezas por 4 horas).

TEST DE COMPRENSIÓN

1. Respondan y expliquen la respuesta.

a. ¿Cuál es el resultado de $25 - 2 \cdot 7$?

b. ¿Cuál es el resultado de $(3 + 2 \cdot 4)^2$?

c. ¿Es cierto que $\sqrt{5 \cdot (8 + 2) - 1} = \sqrt{5 \cdot 8 + 5 \cdot 2 - 5 \cdot 1}$?

4. Operaciones combinadas

23. Resuelvan los siguientes cálculos combinados.

a. $(\sqrt{81} : 3)^2 + 3 \cdot 2^3 =$

b. $(3^0 + \sqrt{4^2} : 2) \cdot 5 + 1^7 =$

c. $(5 \cdot 2 - 3) : \sqrt{49} + 2^5 : 2^3 =$

d. $(\sqrt{50} : 2) + 1) \cdot (3^2 - 3 \cdot 2) =$

e. $(10 - 2 \cdot 3)^2 : (2^0 + 3) + \sqrt[3]{125} =$

f. $[(5 \cdot 4 - 5) : \sqrt[3]{27} + 3]^2 =$

24. Resuelvan aplicando propiedades de la potenciación y de la radicación, cuando sea posible.

a. $7^{20} : 7^{19} + 7^0 =$

d. $\sqrt{2} \cdot \sqrt{32} + (8 - 3)^2 : (250 : 10) =$

b. $\sqrt{50} : \sqrt{2} + 2^3 \cdot 2 =$

e. $\sqrt{10 \cdot (8 - 2) + 4} =$

c. $(3^2)^3 : 3^5 + \sqrt{100 \cdot 49} =$

f. $(3 \cdot \sqrt{2} - \sqrt{2}) \cdot \sqrt{2} =$

25. Completen con = o $\neq$, según corresponda. Expliquen las respuestas.

a. $(5 \cdot 2)^3$

$5^3 \cdot 2^3$

d. $\sqrt{1000 : 25}$

$\sqrt{1000} : \sqrt{25}$

b. $\sqrt{100 + 81}$

$\sqrt{100} + \sqrt{81}$

e. $3^4 \cdot 3 : 3^5$

$2^4 : (2^2)^2$

c. $(5 \cdot 2^3)^4$

$5^4 \cdot 2^7$

f. $\sqrt{\sqrt{16}}$

$\sqrt[4]{64}$

4. Operaciones combinadas

26. Completen con los números que faltan.

a. $\sqrt{25} + \square = \square + 3$

b. $(5 \cdot 4) \square = 25 \cdot \square$

c. $\square \cdot 3^4 = 243$

d. $\sqrt{625} - \sqrt{50} : \square = 20$

27. Escriban el cálculo y resuelvan.

a. El doble del cuadrado de 10.

b. La suma entre el cuadrado de 5 y el cubo de 3.

c. El cuadrado de la resta entre el cubo de 2 y la raíz cuadrada de 16.

d. La raíz cuadrada del producto entre el cuadrado de 5 y la raíz cúbica de 64.

e. El producto entre el cubo de 1 y la raíz quinta de 32.

f. La diferencia entre el cubo de 4 y el triple de la raíz cuadrada de 64.

28. Marquen con una X el cálculo que corresponda a cada situación y resuelvan.

a. El doble de la suma entre los cuadrados de 3 y de 5.

• $2 \cdot (3 + 5)^2$ ☐

• $2 \cdot 3^2 + 5^2$ ☐

• $(3^2 + 5^2) \cdot 2$ ☐

b. La raíz quinta de la diferencia entre el cuadrado de 8 y 32.

• $\sqrt[5]{8^2 - 32}$ ☐

• $\sqrt[5]{8^2} - \sqrt[5]{32^2}$ ☐

• $\sqrt[5]{8^2} - 32$ ☐

4. Operaciones combinadas



29. Lean atentamente y resuelvan con un compañero.

a. Luis y María realizaron un entrenamiento que consistía en correr 5 tramos de la misma distancia descansando 30 segundos entre cada uno. Si en los últimos 3 tramos recorrieron 3 000 m, ¿cuánto corrieron en total?

b. Elena realizó un paseo con su bicicleta que tiene un velocímetro que le indica la distancia que recorre y la velocidad media del trayecto. En los primeros 10 minutos Elena hizo 4 km. Se tomó un descanso y anduvo 5 minutos más, donde recorrió otros 2 km. ¿Cuándo fue mayor la velocidad de Elena: en los primeros 10 minutos o en los 5 minutos finales? ¿Por qué?

c. En cada partido de un torneo se pueden obtener 1, 2 o 3 puntos. Un equipo jugó contra A, B, C y D y obtuvo 9 puntos. ¿De cuántas maneras distintas pudo hacerlo?

d. Juan debe llenar una piscina que tiene una capacidad de 8 000 litros. La piscina ya tiene 2 000 litros y Juan abre una exclusiva que vierte 120 litros de agua por minuto.

• ¿Cuántos litros de agua habrá en la piscina luego de 10 minutos?

• A los 20 minutos, ¿cuántos litros de agua faltarán para llenar la piscina?

• ¿Cuánto tiempo tardará en llenarse la piscina?

DinámicaMente

Observen la siguiente relación teniendo en cuenta que ZOO y TOPAZ son números naturales en donde a cada letra le corresponde una cifra entre 0 y 9. Si $ZOO^2 = TOPAZ$, ¿cuál es la cifra que le corresponde a cada letra?

A =

O =

P =

T =

Z =

30. Descompongan según las potencias de 10 los siguientes números.

- a. 34 527 =
- b. 10 508 =
- c. 132 000 =
- d. 5 748 =
- e. 21 037 =
- f. 4 006 030 =

31. Escriban el número que se forma en cada caso.

- a. 5 decenas de mil, 3 centenas, 4 decenas y 8 unidades.
- b. 8 centenas de mil, 5 centenas, 3 unidades y 4 unidades de mil.
- c. 3 centenas de mil, 9 unidades, 5 decenas de mil y 2 centenas.

32. Descompongan cada número de la forma solicitada en cada caso.

- a. 500 002 en forma aditiva.
- b. 2 790 520 en forma multiplicativa.
- c. 8 404 488 en forma aditiva.
- d. 30 050 305 en forma multiplicativa.

33. Indiquen en cada caso a qué tipo de descomposición corresponde y recompongan el número.

- a. $1 \cdot 10\,000 + 5 \cdot 1\,000 + 3 \cdot 10 + 8 =$
- b. $500 + 20\,000 + 70 + 9 =$
- c. $4 \cdot 10^3 + 7 + 8 \cdot 10 =$

34. Resuelvan teniendo en cuenta el siguiente cálculo.

$$49 \cdot 15 = 735$$

- a. $49 \cdot 30 =$
- b. $7 \cdot 15 =$
- c. $490 \cdot 15 =$
- d. $49 \cdot 1\,500 =$
- e. $49 \cdot 150 =$
- f. $49 \cdot 60 =$

35. Respondan utilizando la tabla pitagórica de la página 8.

- a. ¿En qué fila y columna aparece el 18? Escriban todos los casos.
- b. ¿Es cierto que los valores de la fila del 2 son iguales a los de la columna del 2? ¿Qué propiedad de la multiplicación se cumple?
- c. ¿Cómo se pueden obtener los resultados de la fila del 6 usando los de la fila del 8 y los de la columna del 2?
- d. ¿Cómo se pueden obtener los resultados de la columna del 10 usando los de la columna del 1?

36. Resuelvan de dos maneras distintas.

- a. $(12 + 13) \cdot 5 =$
- b. $7 \cdot (9 - 4) =$
- c. $5 \cdot 3 + 4 \cdot 3 =$
- d. $(99 + 15) : 3 =$
- e. $(8 + 4 - 5) \cdot 6 =$
- f. $15 : 5 - 10 : 5 =$

37. Completen con los números que faltan.

- a. $15 \cdot \boxed{} = 15\,000$
- b. $3\,400 : \boxed{} = 34$
- c. $\boxed{} \cdot 1\,000 = 27\,000$
- d. $15\,600 : \boxed{} = 156$

38. Escriban un par de paréntesis para que el resultado sea el indicado en cada caso.

- a. $12 + 36 : 12 = 4$
- b. $56 : 7 + 6 \cdot 3 - 1 = 20$
- c. $2 + 8 : 4 - 2 + 5 \cdot 3 = 21$

39. Resuelvan.

- a. $8 + 2 \cdot 5 - 6 : 3 =$
- b. $(8 + 2) \cdot 5 - 6 : 3 =$
- c. $(8 + 2 \cdot 5 - 6) : 3 =$
- d. $[(8 + 2) \cdot 5 - 6] : 4 =$

40. Resuelvan aplicando las propiedades de la potenciación y de la radicación, cuando sea posible.

- $(3^5 \cdot 3^4 : 3^7)^2 =$
- $2 \cdot 2^5 \cdot 2^3 : 2^9 =$
- $\sqrt[3]{27 \cdot 125 \cdot 1000} =$
- $2^4 : 2^3 + 2 \cdot 2^4 =$
- $\sqrt{2} \cdot \sqrt{32} + (16 - 2^2) : \sqrt{144} =$
- $(4 \cdot \sqrt{9} - 2 \cdot \sqrt{9}) \cdot \sqrt{4} =$
- $(\sqrt{5})^4 \cdot 5^3 : 5^4 =$

41. Resuelvan.

- $\sqrt{144} : (11 + 1) + 2 \cdot 3^0 =$
- $\sqrt{100} : \sqrt{4} + \sqrt{49} : 7 =$
- $(\sqrt[3]{216} - 2 \cdot 3)^{20} + 11^2 =$
- $(3 \cdot \sqrt{81} - 2 \cdot \sqrt{64} + 5)^2 =$
- $\sqrt[3]{125} : \sqrt{25} + 5^2 - 5 =$
- $\sqrt[5]{16} \cdot \sqrt{2} + 3^3 : (5 - 2^2) =$

42. Escriban el cálculo y resuelvan.

- El doble del cuadrado de 9.
- La suma entre la raíz quinta de 32 y el doble de 8.
- El producto entre la raíz cuadrada de 2 y la raíz cuadrada de 50.
- El cuadrado del cubo de 2.
- La diferencia entre la raíz cuadrada de 169 y el cubo de 1.
- La suma entre el cuadrado del doble de 4 y la mitad de 10.

43. Completen para obtener la igualdad.

- $(\square + 1)^2 = 121$
- $3\square - 2 = 79$
- $5^3 \cdot 5 \cdot 5^2 = 5\square$
- $\sqrt[3]{(\square - 1)} = 3 \cdot 2 - 1$



44. Lean atentamente cada problema con un compañero. Analícenlos y marquen con una X la respuesta correcta en cada caso.

a. La subida al monte Fuji solo está abierta al público desde el 1 de julio hasta el 27 de agosto de cada año. Alrededor de 200 000 personas suben durante ese período. ¿Cuántas personas suben por día, aproximadamente?

340 ☐ 710 ☐ 3 400 ☐ 7 100 ☐

b. Juan tiene 7 figuritas para regalarle a cinco amigos. Quiere que cada uno reciba al menos 1 figurita y que ninguno reciba más de 2. ¿De cuántas formas puede repartirlas?

20 ☐ 12 ☐ 10 ☐ 5 ☐

c. ¿Cuántos números de 3 cifras hay con la cifra de las decenas igual a la de las unidades?

10 ☐ 81 ☐ 90 ☐ 100 ☐

d. ¿De cuántas maneras se puede obtener un peso de 170 kg, con pesas de 10 kg, 25 kg y 50 kg?

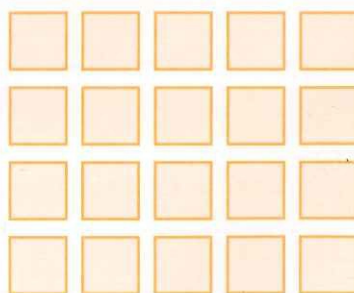
8 ☐ 6 ☐ 10 ☐ 12 ☐

e. ¿Cuál es el último dígito de la suma de los 40 números consecutivos desde el 10 hasta el 49?

9 ☐ 5 ☐ 1 ☐ 0 ☐

f. Veinte personas están sentadas en 4 filas de 5 asientos cada una, como se observa en el esquema. Cada persona se da un apretón de manos con otra que tiene adelante, con la que tiene atrás y con la que tiene a cada lado. ¿Cuántos apretones de mano se dan en total?

31 ☐ 30 ☐ 15 ☐ 62 ☐



5. Divisibilidad

► SABERES DINÁMICOS

Como se explicó en la página 7, en toda división se cumple la siguiente relación.

$$\begin{array}{ccc}
 \text{dividendo} & & \text{divisor} \\
 D & \text{---} & d \\
 \text{resto} \rightarrow r & / & c \leftarrow \text{cociente} \\
 D = d \cdot c + r
 \end{array}$$

Cuando $r = 0$, se dice que D es **divisible** por d , y se puede escribir así.

$$D = d \cdot c$$

También se dice que " D es **múltiplo** de d " o " d es **divisor** de D ".

Por ejemplo:

$$20 \text{ es divisible por } 5, \text{ el cociente es } 4 \text{ y el resto, } 0 \longrightarrow 20 = 5 \cdot 4$$

20 es **múltiplo** de 5

5 es **divisor** de 20

Algunos criterios de divisibilidad

Un número es divisible por:	Ejemplo
2, cuando es par.	136; 3 708
3, cuando la suma de sus cifras es un múltiplo de 3.	213; 5 358
5, cuando termina en 0 o en 5.	540; 1 205
10, cuando termina en 0.	230; 3 400

Un número es **primo** cuando tiene solo dos divisores: el 1 y el mismo número.

5 es primo, ya que tiene como divisores al 1 y al 5.

Un número es **compuesto** cuando tiene más de dos divisores.

18 es compuesto porque tiene como divisores al 1, 2, 3, 6, 9 y 18.

Áreas dinámicas [Matemática y Tecnología]

Los números primos tienen una gran importancia en la tecnología. Un ejemplo muy claro es que los números primos de gran tamaño permiten obtener un código muy seguro. Estos códigos se forman con el producto de dos números primos muy grandes, que no es difícil obtener; pero deducir de qué números primos proviene ese número es casi imposible. Este sistema es utilizado por los bancos en los números secretos, las transferencias bancarias y otras operaciones. También se emplean en Internet en la comunicación segura de muchas operaciones.

TEST DE COMPRENSIÓN

- Respondan y expliquen las respuestas.
 - El número 48, ¿es múltiplo de 4? ¿Y de 12?
 - ¿Es posible saber, sin hacer la cuenta, si el resultado de $333 + 1$ es múltiplo de 3?
 - ¿Cuál es el número primo más pequeño?

5. Divisibilidad

45. Escriban los números que cumplan con las siguientes condiciones.

- Los divisores de 32. _____
- Los múltiplos pares de 5, menores que 36. _____
- Los múltiplos de 4, mayores que 10 y menores que 45. _____
- Los divisores de 17. _____
- Los primeros 10 números primos. _____

46. ¿Cuál es el mayor número de tres cifras, que es múltiplo de 10 y de 18? ¿Y el menor?

47. Sin hacer las cuentas, marquen con una X los números que cumplen la condición.

a. Son divisores de 27.

2 ☐ 3 ☐ 6 ☐ 9 ☐

b. Son divisibles por 5.

5 ☐ 15 ☐ 18 ☐ 54 ☐

48. Escriban V (verdadero) o F (falso), según corresponda.

- Si se multiplican dos múltiplos de 3, el resultado es un múltiplo de 9.
- La suma entre el doble y el triple del mismo número es un múltiplo de 5.
- Si un número es divisible por 3, es siempre divisible por 6.
- Si un número es divisible por 6, es siempre divisible por 3.
- Todos los múltiplos de 10 también son múltiplos de 5.
- Los múltiplos de 2 y de 5 son también múltiplos de 7.

☐

☐

☐

☐

☐

☐



49. Trabajen con un compañero y respondan sin hacer las cuentas. Pueden repasar la definición de división.

a. ¿Es cierto que en esta división $(534 \cdot 5 + 2) : 5$, el resto es 2?

b. El resultado de $15 \cdot 17 \cdot 4 + 3$, ¿es múltiplo de 3? ¿Y de 5?

c. ¿Cuál es el resultado de la división $(3 \cdot 15 + 3) : 3$?

6. Factorización

► SABERES DINÁMICOS

Un número compuesto se puede descomponer de manera única en factores primos. Esta descomposición se llama **factorización**.

- Para factorizar un número se pueden utilizar los siguientes métodos.

Factoricen el número 60.

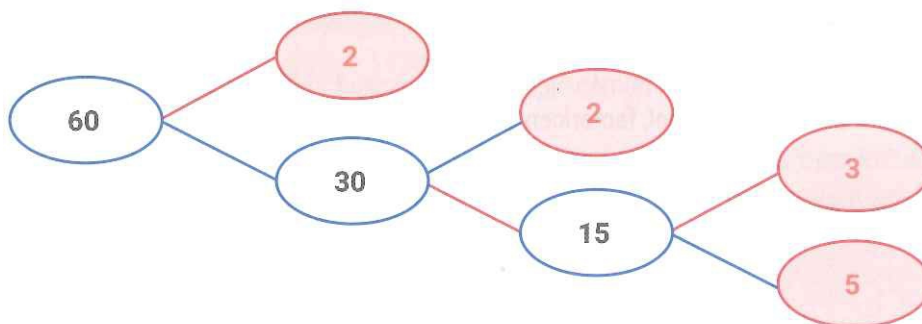
- 1-** Se divide 60 por un número primo (se recomienda empezar por el menor).

El cociente se coloca debajo del 60 y se reitera el procedimiento hasta obtener 1.

60	2
30	2
15	3
5	5
	1

$$60 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$$

- 2-** Diagrama de árbol.



$$60 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$$

- Para encontrar todos los divisores de un número, se puede realizar el siguiente procedimiento.

$$66 = 2 \cdot 3 \cdot 11$$

- 1.** Se factoriza el número.

$$2 \cdot 3 = 6 \quad 2 \cdot 11 = 22 \quad 3 \cdot 11 = 33$$

- 2.** Se calculan todos los productos posibles.

Divisores de 66: 1; 2; 3; 6; 11; 22; 33; 66

- 3.** Se anotan los resultados obtenidos, los factores primos, el 1 y el 66.

TEST DE COMPRENSIÓN

1. Respondan y expliquen las respuestas.

a. ¿Es cierto que el factorización de 45 es $15 \cdot 3$?

b. ¿A qué número corresponde este factorización? $2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$

c. Sin hacer la cuenta, indiquen todos los divisores de este número factorizado: $2 \cdot 3^2 \cdot 5$.

6. Factorización

50. Factoricen los siguientes números.

a.

90

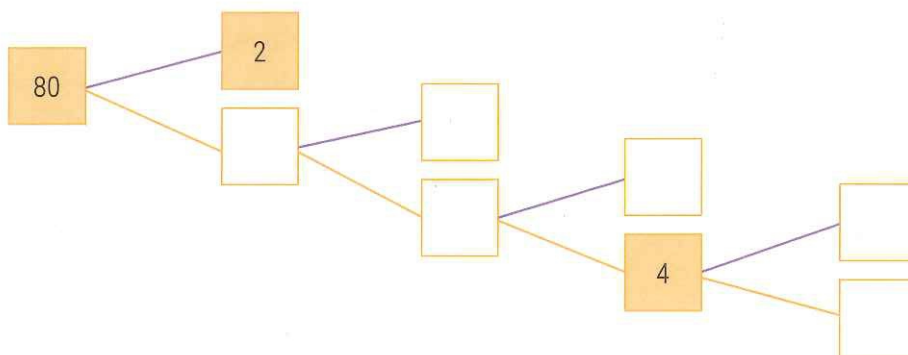
90 =

b.

225

225 =

51. Completen el siguiente diagrama de árbol y factoricen el número.



52. Utilizando un diagrama de árbol, factoricen los números indicados.

a. 315

315 =

b. 441

441 =

53. Factoricen los siguientes números e indiquen todos sus divisores.

a. 28 = , divisores:

b. 45 = , divisores:

c. 98 = , divisores:

d. 36 = , divisores:

7. Múltiplo común menor y divisor común mayor

► SABERES DINÁMICOS

El **múltiplo común menor** (mcm) entre dos o más números es el menor de los múltiplos que tienen en común esos números, sin tener en cuenta el 0.

- Para encontrar el mcm entre 3 y 4 se pueden buscar:

Algunos múltiplos de 3 son: 3; 6; 9; **12**; 15; 18; 21; **24**; 27; ... **12** es el menor múltiplo que tienen en común.

Algunos múltiplos de 4 son: 4; 8; **12**; 16; 20; **24**; 28; ... **mcm (3;4) = 12**

- Para hallar el mcm (12; 30) se factorizan los números y se eligen los factores para obtener el múltiplo común menor.

12	2	30	2	$12 = 2^2 \cdot 3$	$12 \cdot 30 = \underbrace{3 \cdot 2^2}_{12} \cdot \overbrace{2 \cdot 3 \cdot 5}^{30}$
6	2	15	3		
3	3	5	5	$30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$	
1		1			

mcm (12; 30) = $2^2 \cdot 3 \cdot 5 = 60$

Para calcular el mcm se multiplican los factores comunes y no comunes con su mayor exponente.

- El siguiente problema se puede resolver buscando un múltiplo común menor.

El 1 de abril Julia, María y Ceci visitaron a su amiga Luisa, que se mudó a otra localidad, y decidieron organizar las futuras visitas según sus posibilidades: Julia, cada 6 días;

María, cada 8 días y Ceci, cada 12 días.

¿Cuántos días pasarán para que las cuatro se vuelvan a reunir?

*Julia concurre a los... 6, 12, 18, **24**, 30, 36, 42, 48*

Múltiplos de 6

*María concurre a los... 8, 16; **24**, 32, 40, 48*

Múltiplos de 8

*Ceci concurre a los... 12, **24**, 48, 72*

Múltiplos de 24

Factorizando: $6 = 2 \cdot 3;$ $8 = 2^3;$ $12 = 2^2 \cdot 3$
 $\text{mcm (6; 8; 12)} = 2^3 \cdot 3 = 24$

Respuesta: pasarán 24 días.

El mcm entre dos números primos es el resultado de su multiplicación.

mcm (2; 5) = $2 \cdot 5 = 10$

mcm (7; 13) = $7 \cdot 13 = 91$

7. Múltiplo común menor y divisor común mayor

El **divisor común mayor** (dcm) entre dos o más números es el mayor de los divisores que tienen en común esos números.

- Para encontrar el dcm entre 24 y 40 se pueden buscar:

Los divisores de 24 son: 1; 2; 3; 4; 6; 8; 12; 24

8 es el mayor divisor que tienen en común.

Los divisores de 40 son: 1; 2; 4; 5; 8; 10; 20; 40

$\text{dcm}(40; 24) = 8$

- Para hallar el dcm (12; 30) se factorean los números y se eligen los factores para obtener el divisor común mayor.

$$\begin{array}{r|l} 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$$12 = 2 \cdot 2 \cdot 3$$

$$30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$$

$$\text{dcm}(12; 30) = 2 \cdot 3 = 6$$

Para calcular el dcm se multiplican los factores comunes con su menor exponente.

- El siguiente problema se puede resolver buscando un divisor común mayor.

Juan está ordenando su cuarto y encuentra 40 figuritas de fútbol y 16 figuritas de autos de carrera. Colocó en sobres amarillos las de fútbol y en blancos, las de autos. En cada sobre puso la misma cantidad de figuritas. ¿Cuántas figuritas como máximo contiene cada sobre? ¿Cuántos sobres de cada color usó en ese caso?

Los sobres amarillos pueden contener: 1; 2; 4; 5; 8; 10; 20; 40

Divisores de 40

Los sobres blancos pueden contener: 1; 2; 4; 8; 16

Divisores de 16

Factorizando: $40 = 2^3 \cdot 5$; $16 = 2^4$; $\text{dcm}(40; 16) = 2^3 = 8$

Respuesta 1: puede haber puesto 8 figuritas por sobre.

$$40 : 8 = 5$$

$$16 : 8 = 2$$

Respuesta 2: necesita 5 sobres amarillos y 2 sobres blancos.

Dos números son **coprimos** cuando su único divisor común es 1.

7 y 13 son coprimos.

TEST DE COMPRENSIÓN

1. Respondan y expliquen las respuestas.

a. ¿Cuántos divisores comunes tienen el 12 y el 36?

b. ¿Cuál es el dcm entre 5 y 7?

c. Completen para que $\text{mcm}(24; \_) = 24$. Indiquen todos los valores posibles.

7. Múltiplo común menor y divisor común mayor

54. Calculen sin factorizar el mcm y el dcm de los siguientes números.

a. 2; 7; 9.

Múltiplos de 2: _____

Divisores de 2: _____

Múltiplos de 7: _____

Divisores de 7: _____

Múltiplos de 9: _____

Divisores de 9: _____

mcm (2; 7; 9) =

dcm (2; 7; 9) =

b. 9; 36; 72.

Múltiplos de 9: _____

Divisores de 9: _____

Múltiplos de 36: _____

Divisores de 36: _____

Múltiplos de 72: _____

Divisores de 72: _____

mcm (9; 36; 72) =

dcm (9; 36; 72) =

c. 15; 20; 30.

Múltiplos de 15: _____

Divisores de 15: _____

Múltiplos de 20: _____

Divisores de 20: _____

Múltiplos de 30: _____

Divisores de 30: _____

mcm (15; 20; 30) =

dcm (15; 20; 30) =

55. Calculen el mcm y el dcm de los siguientes números factorizándolos.

a. 28; 98

mcm (28; 98) = _____

c. 12; 16; 18

mcm (12; 16; 18) = _____

dcm (28; 98) = _____

dcm (12; 16; 18) = _____

b. 12; 30

mcm (12; 30) = _____

d. 24; 30; 56

mcm (24; 30; 56) = _____

dcm (12; 30) = _____

dcm (24; 30; 56) = _____

56. Escriban lo pedido en cada caso.

a. Dos números coprimos menores que 13 y mayores que 5. _____

b. Dos números cuyo mcm sea el producto entre ambos. _____

c. Dos números cuyo mcm sea $3^2 \cdot 5$. _____

d. Dos números cuyo dcm sea $3^2 \cdot 5$. _____

7. Múltiplo común menor y divisor común mayor



57. Reúnanse con un compañero, lean atentamente y resuelvan.

a. Indiquen tres valores posibles de x para que $\text{mcm}(x; 16) = 48$.

b. Indiquen tres valores posibles de x para que $\text{dcm}(8; x) = 8$.

c. Ana compró 120 caramelos, 60 chocolates y 90 chupetines para su cumpleaños. Los quiere repartir en bolsitas con igual cantidad de golosinas. ¿Cuál es la mayor cantidad de bolsitas con el mismo contenido que puede armar? ¿Cuántas golosinas de cada tipo contiene cada bolsita?

d. Una agencia de turismo ofrece tres tipos de viajes por Europa: uno dura 10 días, otro dura 16 días y el tercero, 20 días (cuando termina cada viaje, comienza otro del mismo tipo). Si los tres viajes comienzan el mismo día, ¿cuántos días pasarán para que vuelvan a partir al mismo tiempo?

e. José compró una cantidad de lápices para distribuir entre sus alumnos. Puede armar grupos de 5, de 6 o de 9 y no sobra ninguno. Si son más de 300 y menos de 400, ¿cuántos lápices compró?

f. En un juego virtual dos autos compiten en una pista circular. Uno tarda 12 segundos en dar la vuelta a la pista y el otro, 15 segundos. Si largan juntos, ¿cuántos segundos pasarán hasta que crucen juntos la línea de salida? ¿Cuántas vueltas habrá dado cada uno en ese tiempo?

8. Lenguaje simbólico. Ecuaciones

► SABERES DINÁMICOS

El lenguaje de las palabras, que puede ser oral o escrito, se denomina **lenguaje coloquial**. La matemática utiliza un lenguaje particular denominado **lenguaje simbólico**.

Lenguaje coloquial	Lenguaje simbólico
El doble de un número	$2 \cdot x$
El anterior de un número	$a - 1$
La diferencia entre dos números	$a - b$
La suma entre el triple de un número y dos	$3 \cdot c + 2$

Si entre un número y la letra no se indica operación, se entiende que hay un signo de multiplicar.

$$5 \cdot x = 5x$$

Una **ecuación** es una igualdad en la que hay, por lo menos, un valor desconocido llamado **incógnita**.

$$\underbrace{3x + 4}_{1.^\circ \text{ miembro}} = \underbrace{2x - 1}_{2.^\circ \text{ miembro}}$$

Resolver una ecuación significa encontrar el valor o los valores de la incógnita que hacen verdadera la igualdad. Cada valor de la incógnita es una **solución** de la ecuación.

Para resolver una ecuación, se deben obtener **ecuaciones equivalentes**, es decir, con la misma solución, teniendo en cuenta las siguientes **propiedades**.

- Se suma o resta un mismo número a ambos miembros de la igualdad.
- Se multiplica o divide por un mismo número (distinto de cero) a ambos miembros de la igualdad.
- Se aplica una potencia o raíz a ambos miembros de la igualdad.

$$\begin{aligned} x + 8 &= 14 \\ x + 8 - 8 &= 14 - 8 \\ x &= 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2x &= 16 \\ 2x : 2 &= 16 : 2 \\ x &= 8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x^5 &= 32 \\ \sqrt[5]{x^5} &= \sqrt[5]{32} \\ x &= 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x - 2 &= 5 \\ x - 2 + 2 &= 5 + 2 \\ x &= 7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x : 3 &= 21 \\ x : 3 \cdot 3 &= 21 \cdot 3 \\ x &= 63 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sqrt[3]{x} &= 5 \\ (\sqrt[3]{x})^3 &= 5^3 \\ x &= 125 \end{aligned}$$

TEST DE COMPRENSIÓN

- Respondan y expliquen las respuestas.
 - ¿Cómo se expresa en lenguaje simbólico la suma de dos números consecutivos?
 - ¿Cómo se traduce al lenguaje coloquial $2 \cdot (x - 1)$?
 - Utilizando el lenguaje simbólico, demuestren que la suma de tres números consecutivos es siempre un múltiplo de 3.

8. Lenguaje simbólico. Ecuaciones

58. Completen la tabla según corresponda.

Lenguaje coloquial	Lenguaje simbólico
El doble de un número.	
	$3x$
	$x : 2$
La tercera parte de un número.	
	$x - 1$
El siguiente de un número.	
La suma entre dos números.	
	$x - y$
El producto entre dos números.	
	$x : y$
La suma entre un número y su siguiente.	
	$x - (x - 1)$
El siguiente del doble de un número.	
	$2x - 1$
El cuadrado de la suma entre dos números.	

59. Marquen con una X, si $x = 4$ es solución de las siguientes ecuaciones.

a. $2x - 1 = 7$

☐

Verificación:

c. $(4x - 2) : 2 = \sqrt{49}$

☐

Verificación:

b. $x^2 - 5 = 3$

☐

Verificación:

d. $8 : (1 + 3) - 1 = x - 3$

☐

Verificación:

8. Lenguaje simbólico. Ecuaciones

60. Resuelvan las siguientes ecuaciones y verifiquen la solución.

a. $x + 9 = 15$

b. $x - 5 = 13$

c. $7 = x - 3$

d. $2x - 1 = 7$

e. $x^3 - 1 = 7$

f. $(x + 1) \cdot 3 = 6$

g. $11 = 4x - 1$

h. $\sqrt{x} + 3 = 8$

i. $(x + 3) \cdot 2 - 1 = x + 7$

j. $(x - 3)^2 - 1 = 15$

61. Resuelvan de dos maneras distintas.

	Aplicando la propiedad distributiva	Sin aplicar la propiedad distributiva
a. $(x + 1) \cdot 3 = 36$		
b. $(2x - 5) : 3 = 9$		
c. $2 \cdot (x - 7) + 1 = 13$		
d. $30 - 14 = (6x + 2x - 8) : 2$		

8. Lenguaje simbólico. Ecuaciones



62. Reúnanse en grupos, expresen en lenguaje simbólico y encuentren el o los números pedidos.

a. La suma de dos números consecutivos es 597.

b. La diferencia entre el cuadrado de un número y tres es 97.

c. La raíz cuadrada del triple de un número es 6.

d. Luis tiene una colección de 85 monedas provenientes de países de Europa, América y África. La cantidad de monedas europeas es el doble de las americanas y las africanas son 5 más que las americanas. ¿Cuántas monedas de cada tipo tiene?

Europa:

América:

África:

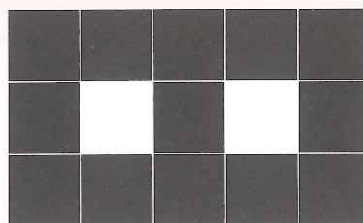


63. Reúnanse en grupos, observen atentamente y resuelvan.

Juan y Ana observan el siguiente diseño con cuadrados negros y blancos.

Ana dice que la cantidad de cuadrados negros se puede calcular con la siguiente fórmula: $N = 5 \cdot B + 3$.

B: cuadrados blancos. N: cuadrados negros.



a. Comprueben la fórmula teniendo en cuenta el diseño actual.

b. La fórmula pensada por Ana sirve para calcular cuántos cuadrados negros tiene un diseño con 5 cuadrados blancos. Calculen esa cantidad.

c. ¿Cuántos cuadrados blancos tiene un diseño con 33 cuadrados negros?

64. Resuelvan lo pedido en cada caso.

- El mayor número de 3 cifras menor que 300 que sea múltiplo de 15 y de 24.
- El menor número de 2 cifras que sea divisor de 78.
- El menor múltiplo común de 6 y de 8, mayor que 100.
- ¿Cuántos números de 3 cifras distintas y múltiplos de 6 se pueden formar utilizando los números 1, 2, 3 y 4? ¿Cuáles son?

65. Factoreen los siguientes números e indiquen todos sus divisores. Realicen el diagrama de árbol en su carpeta.

- 75 =
- 100 =
- 525 =
- 864 =

66. Escriban V (verdadero) o F (falso), sin realizar las cuentas, sabiendo que: $21 \cdot 6 = 126$.

- 126 es múltiplo de 14. ☐
- 126 es múltiplo de 18. ☐
- 126 es múltiplo de 8. ☐
- 7 es divisor de 126. ☐
- Si se divide 126 por 9, el resto no es 0. ☐

67. Marquen una X, según corresponda.

Es divisible por...	2	3	4	5	6
33					
123					
445					
450					
1 078					

68. Escriban lo pedido en cada caso.

- El dcm entre 42 y 70.
- El mcm entre 42 y 70.
- El dcm entre 45, 75 y 105.
- El mcm entre 45, 75 y 105.
- Tres números mayores que 20 y menores que 70 cuyo dcm sea 15.
- Cuatro números menores que 115 cuyo dcm sea 28.



69. Reúnanse en grupos, lean atentamente y resuelvan.

- Luis pensó un número, lo dividió por 7 y obtuvo resto 3. Luego, al número original le sumó un número para transformarlo en un múltiplo de 7. ¿Cuánto le sumó?
- Encuentren 3 valores posibles de "a" para que " $3 \cdot (a + 1)$ " dividido 6 tenga resto 0. Indiquen qué condición debe cumplir el número "a".
- Una librería debe empaquetar 84 libros de Matemática y 90 de Biología para enviarlos a distintas sucursales. Cada paquete debe contener la misma cantidad de libros de cada materia. ¿Cuántos paquetes se pueden armar como máximo? ¿Cuántos libros de cada materia tendrá cada paquete?
- Tres faros emiten una señal lumínica con distinta frecuencia. El primero, cada 12 minutos; el segundo, cada 18 minutos y el tercero, cada hora. Los tres comienzan a emitir a las 18 horas y se apagan a las 7 del día siguiente. ¿En qué horarios coinciden las tres señales?
- Camila preparó 324 galletitas y 300 bombones para repartir en su cumpleaños y los quiere poner en bolsas que tengan la misma cantidad de cada tipo. ¿Cuántas bolsas puede armar como máximo? ¿Qué cantidad de galletitas y bombones tendrá cada bolsa?

70. Escriban en lenguaje simbólico.

- a. La suma entre el doble de un número y 8.
- b. El doble de la suma entre un número y 8.
- c. La suma entre el siguiente de un número y el anterior de dicho número.
- d. La suma de tres números consecutivos.
- e. La suma de dos números pares consecutivos.
- f. La diferencia entre el cuadrado de un número y 2.
- g. El cuadrado de la diferencia entre un número y 2.
- h. El producto entre el doble de un número y la raíz cuadrada de otro.

71. Resuelvan las siguientes ecuaciones y verifiquen.

- a. $2x - 4 = x + 3$
- b. $3x + 5 + 6x = 7x + 19 - 2$
- c. $(x + 12) : 2 + 1 = 8$
- d. $(3x + 2) \cdot 4 = 44$
- e. $2 \cdot (x - 1) + 3 \cdot (x + 2) = 19$
- f. $5 \cdot (2x - 6) = 4 \cdot (2x + 5)$
- g. $\sqrt{169} : (1 + 12) = x - 8$
- h. $(11 - 6)^2 + \sqrt{x} = 32$
- i. $8 \cdot \sqrt[5]{x} - 4 = 12$
- j. $x^4 \cdot x = 243$
- k. $x^6 - 1 = 63$
- l. $x^5 \cdot x^2 : x^6 = 2^0 + \sqrt{4}$
- m. $(x - 4)^2 = 36$

72. Escriban en lenguaje coloquial las siguientes ecuaciones.

- a. $x + 1 = 3x - 9$
- b. $4 \cdot (x - 1) = 8$
- c. $(x + 4) : 3 = 16$
- d. $\sqrt{2x} - 5 = 3$



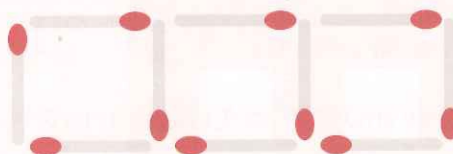
73. Reúnanse con un compañero, lean atentamente, escriban la ecuación y resuelvan.

- a. La suma entre un número y 8 es igual a la diferencia entre el doble de dicho número y 32. ¿Cuál es el número?
- b. La suma de tres números es 140. El segundo número es el doble del primero y el tercero es el doble del segundo. ¿Cuáles son esos números?
- c. Pablo y Juan coleccionan revistas y entre los dos tienen 135. Juan tiene 5 revistas menos que Pablo. ¿Cuántas revistas tiene cada uno?
- d. La suma de cuatro números consecutivos es 426. ¿Cuáles son esos números?
- e. María invitó a sus amigos a su fiesta de 15. La cantidad de chicas supera en 7 al doble de la cantidad de varones. Si en total invitó a 64 amigos, ¿a cuántas chicas y a cuántos chicos invitó?



74. Reúnanse en grupos, observen atentamente y respondan.

Luis forma cuadrados consecutivos con fósforos como lo indica la figura.



- a. Decidan entre ustedes si la fórmula $F = 3 \cdot C + 1$ permite calcular la cantidad de fósforos necesarios para la figura de la imagen. C: cantidad de cuadrados que se forman. F: cantidad de fósforos.
- b. ¿Sirve la fórmula anterior para calcular la cantidad de fósforos que tendrá la figura con 4 cuadrados consecutivos?
- c. Si Luis sigue armando cuadrados de la misma manera, ¿cuántos cuadrados puede formar con 106 fósforos?

9. Números racionales. Representación en la recta

► SABERES DINÁMICOS

Números racionales

Se llama **número racional** a todo número que se puede escribir como un cociente $\frac{a}{b}$ llamado fracción, donde a y b son números enteros (con b distinto de 0).

$$\frac{a}{b} \begin{array}{l} \longrightarrow \text{"a" es el numerador} \\ \longrightarrow \text{"b" es el denominador} \end{array}$$

$\frac{1}{4}$: el numerador es 1 y el denominador es 4. $\frac{10}{3}$: el numerador es 10 y el denominador es 3.

En los siguientes ejemplos se representaron fracciones de un entero dividido en partes iguales.



$$\frac{1}{2}$$



$$\frac{4}{7}$$



$$\frac{5}{6}$$



$$\frac{1}{6}$$



$$\frac{6}{7}$$



$$\frac{1}{12}$$

Toda fracción cuyo numerador es mayor que el denominador resulta mayor que 1 entero y puede expresarse como **número mixto**.

$\frac{7}{6}$ equivale a $\frac{6}{6}$ (que es 1 entero) más $\frac{1}{6}$ $\frac{7}{6} = 1\frac{1}{6}$

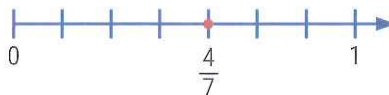


$$\frac{7}{6} > 1$$

$1\frac{1}{6}$ es el número mixto

Representación en la recta numérica

Para representar $\frac{4}{7}$, por ejemplo, se divide la unidad en 7 partes iguales y se toman 4 partes.



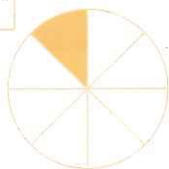
TEST DE COMPRENSIÓN

- Lean atentamente y respondan.
 - Escriban tres fracciones que representen un entero.
 - Si una fracción tiene un numerador menor que el denominador, ¿cuál es la parte entera de su expresión decimal?
 - Realicen una tabla con los encabezados "Menores que un entero" y "Mayores que un entero" e incluyan tres ejemplos de fracciones para cada caso.

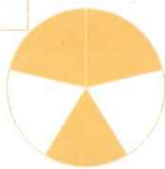
9. Números racionales. Representación en la recta

1. Escriban la fracción que representa la parte sombreada.

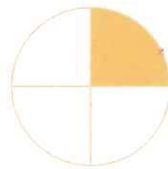
a.



b.



c.

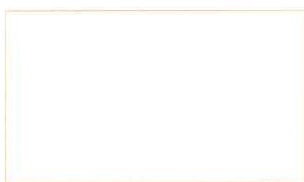


2. Representen gráficamente cada fracción.

a. $\frac{1}{2}$



b. $\frac{3}{4}$



c. $\frac{3}{3}$



3. Escriban una fracción que cumpla lo pedido en cada caso.

a. Tiene como numerador un número par y como denominador un número impar.

b. Tiene numerador igual a 1 y como denominador un número múltiplo de 5.

c. Tiene como numerador un número múltiplo de 8 y como denominador el doble del número que es su numerador.

d. Tiene como numerador un número múltiplo de 10, como denominador un número impar y se puede transformar en número mixto.

4. Representen cada fracción en la recta numérica.

a. $\frac{1}{3}$

0



b. $\frac{3}{5}$

0



c. $\frac{7}{2}$

0



d. $\frac{8}{4}$

0



5. Escriban cada fracción como número mixto.

a. $\frac{11}{3} =$

c. $\frac{21}{5} =$

b. $\frac{11}{6} =$

d. $\frac{97}{9} =$

6. Escriban como fracción los siguientes números mixtos.

a. $2\frac{3}{5} =$

c. $9\frac{2}{7} =$

b. $1\frac{7}{4} =$

d. $4\frac{5}{8} =$

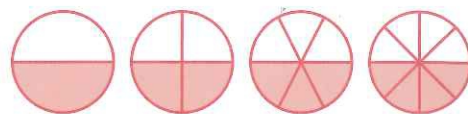
10. Fracciones equivalentes. Comparación de fracciones

► SABERES DINÁMICOS

Fracciones equivalentes

Dos fracciones son **equivalentes** cuando representan el mismo número.

Las fracciones representan la misma porción sombreada del círculo, con lo cual corresponden a fracciones equivalentes.



$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{4}{8}$$

Procedimiento para obtener fracciones equivalentes

Amplificando: se multiplica el numerador y el denominador por el mismo número natural.

$$\frac{3}{7} = \frac{3 \cdot 2}{7 \cdot 2} = \frac{6}{14}$$

Simplificando: se divide el numerador y el denominador por el mismo número natural que sea divisor de ambos.

$$\frac{10}{25} = \frac{10 : 5}{25 : 5} = \frac{2}{5}$$

Fracciones irreducibles

Una fracción $\frac{a}{b}$ es **irreducible** cuando el numerador y el denominador tienen solo como divisor común a 1, es decir, cuando los números "a" y "b" son coprimos.

Si una fracción no es irreducible, se dice que es **reducible**; es decir que se puede simplificar.

$\frac{5}{6}$, $\frac{11}{3}$, $\frac{2}{25}$ son fracciones irreducibles.

$\frac{3}{9}$, $\frac{14}{28}$, $\frac{2}{8}$ son fracciones reducibles.

Comparación de fracciones

Para **comparar fracciones** se puede aplicar alguno de los siguientes métodos:

Método A: se buscan fracciones equivalentes con el mismo denominador y se comparan los nuevos numeradores. Será menor la fracción cuyo numerador sea menor.

Método B: se multiplica cruzado el numerador de una fracción por el denominador de la otra y se coloca el resultado obtenido encima del numerador utilizado. Luego, se comparan los resultados.

Para comparar $\frac{2}{3}$ y $\frac{5}{4}$.

$$\frac{2}{3} = \frac{8}{12}$$

Fracciones equivalentes

Se compara

$$\frac{8}{12} < \frac{15}{12}$$

Por lo tanto $\frac{2}{3} < \frac{5}{4}$

$$\frac{5}{4} = \frac{15}{12}$$

$$\begin{array}{cc} 8 & 15 \\ \frac{2}{3} & \frac{5}{4} \end{array}$$

Como 8 es menor que 15, entonces:

$$\frac{2}{3} < \frac{5}{4}$$

TEST DE COMPRENSIÓN

1. Resuelvan y expliquen las respuestas.

a. ¿Cuántas fracciones equivalentes tiene la fracción $\frac{2}{3}$?

b. Si dos fracciones tienen numerador 1, ¿es mayor la que tiene menor denominador?

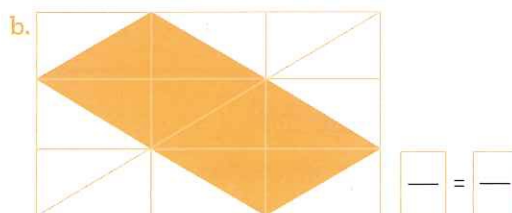
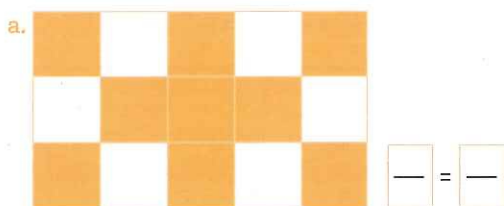
c. Encuentren una estrategia diferente a las dadas para explicar que $\frac{2}{3} < \frac{5}{4}$.

10. Fracciones equivalentes. Comparación de fracciones

7. Completen la tabla usando fracciones equivalentes.

Simplificando	Fracción	Amplificando
	$\frac{8}{10}$	
	$\frac{6}{12}$	
	$\frac{15}{20}$	
	$\frac{7}{14}$	
	$\frac{30}{20}$	

8. Escriban la fracción que representa la parte sombreada y luego expérenla en forma irreducible.



9. Completen con $>$ o $<$ según corresponda.

a. $\frac{2}{7}$ $\square$ $\frac{1}{14}$

d. $\frac{12}{5}$ $\square$ $\frac{1}{8}$

b. $\frac{5}{6}$ $\square$ $\frac{3}{4}$

e. $\frac{1}{21}$ $\square$ $\frac{11}{12}$

c. $\frac{9}{13}$ $\square$ $\frac{10}{4}$

f. $\frac{20}{7}$ $\square$ $\frac{12}{14}$

10. Resuelvan.

a. En una escuela, los cursos 1.° A y 1.° B se fueron de excursión en dos micros. Los alumnos de 1.° A ocuparon 36 asientos de los 54 que tiene y en el micro de 1.° B quedaron libres 9 asientos de los 48 que tiene. ¿En cuál micro hubo mayor ocupación?

b. Del total de alumnos de una escuela, $\frac{1}{5}$ estudia alemán; $\frac{7}{10}$ estudia francés y $\frac{3}{30}$ estudia portugués. ¿Cuál es el idioma más estudiado y cuál es el idioma menos estudiado?

c. Camila fue a comprar caramelos de diversos gustos: $\frac{1}{6}$ de los caramelos era de menta; $\frac{2}{4}$, de frutilla y $\frac{4}{12}$, de ananá. ¿De qué gusto compró menos?

11. Operaciones con fracciones

► SABERES DINÁMICOS

Adición y sustracción

Para **sumar o restar fracciones de igual denominador**, se suman o restan los numeradores y el denominador queda igual.

Se suman y/o restan los numeradores

$$\frac{2}{5} + \frac{7}{5} - \frac{3}{5} = \frac{2+7-3}{5} = \frac{6}{5}$$

Para **sumar o restar fracciones de distinto denominador**, se buscan fracciones equivalentes que tengan el mismo denominador y luego se resuelve.

Para encontrar el denominador común, se busca el múltiplo común menor entre los denominadores.

Fracciones equivalentes

Siempre que sea posible, simplificar el resultado

$$\frac{2}{3} + \frac{5}{12} - \frac{1}{4} = \frac{8}{12} + \frac{5}{12} - \frac{3}{12} = \frac{10}{12} = \frac{5}{6}$$

mcm(3; 12; 4)

Fracciones equivalentes

Los números enteros tienen denominador 1: $2 = \frac{2}{1}$ $\longrightarrow$ $2 - \frac{1}{2} + \frac{1}{5} = \frac{20}{10} - \frac{5}{10} + \frac{2}{10} = \frac{17}{10}$

mcm(1;2;5)

Multiplicación y división

Para **multiplicar fracciones**, se multiplican los numeradores entre sí y los denominadores entre sí.

Se multiplican numeradores

$$\frac{6}{5} \cdot \frac{10}{9} = \frac{6 \cdot 10}{5 \cdot 9} = \frac{60}{45} = \frac{4}{3}$$

Se simplifica el resultado

Se multiplican denominadores

$$\frac{8}{15} \cdot \frac{25}{4} = \frac{8 \cdot 25}{15 \cdot 4} = \frac{10}{3}$$

Se calcula el resultado

Se simplifica

TIP

Se puede multiplicar primero y simplificar el resultado o simplificar las fracciones primero y luego calcular el resultado.

Ambos procedimientos son correctos.

- El **inverso multiplicativo** de una fracción se obtiene invirtiendo el numerador y el denominador. Toda fracción distinta de cero admite un inverso multiplicativo.

El inverso multiplicativo de $\frac{2}{5}$ es $\frac{5}{2}$.

- El producto de una fracción con su inverso multiplicativo es igual a 1.

$$\frac{2}{5} \cdot \frac{5}{2} = 1.$$

- Para calcular la **fracción de una cantidad**, siempre se multiplica la fracción por esa cantidad.

$$\frac{1}{2} \text{ de } 600 \text{ es igual a } \frac{1}{2} \cdot 600 = 300.$$

11. Operaciones con fracciones

Para **dividir dos fracciones**, se multiplica la primera fracción por el inverso multiplicativo de la segunda fracción.

Para resolver $\frac{2}{7} : \frac{6}{14}$, se transforma la división en multiplicación.

$$\frac{2}{7} : \frac{6}{14} = \frac{2}{7} \cdot \frac{14}{6} = \frac{28}{42} = \frac{2}{3}$$

Inverso multiplicativo

Resolvemos y simplificamos

Recuerden:

En una división de fracciones el inverso multiplicativo es de la segunda fracción.

El inverso multiplicativo de un número entero "a" (distinto de 0) es $\frac{1}{a}$.

El inverso multiplicativo de 3 es $\frac{1}{3}$.

TEST DE COMPRENSIÓN

1. Respondan y expliquen las respuestas.

a. ¿Es cierto que el inverso multiplicativo del número mixto $1\frac{2}{3}$ es $\frac{3}{5}$?

b. Para resolver $\frac{4}{5} : 2$, ¿es correcto hacer $\frac{5}{4} \cdot 2$?

c. ¿Es correcto dividir $\frac{8}{9} : \frac{4}{3}$ haciendo $\frac{8:4}{9:3} = \frac{2}{3}$? ¿Cómo harían para resolver $\frac{3}{5} : \frac{1}{2}$ de la misma manera?

ACTIVIDADES

11. Operaciones con fracciones

11. Unan con una flecha cada operación con el resultado correspondiente.

a. $\frac{1}{5} + \frac{4}{10} =$

• $\frac{13}{24}$

b. $\frac{2}{3} - \frac{1}{8} =$

• $1\frac{1}{6}$

c. $1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} =$

• $\frac{3}{5}$

d. $\frac{7}{4} - \frac{1}{2} + 2 =$

• $3\frac{1}{4}$

e. $\frac{1}{3} + \left(2 + \frac{2}{5}\right) =$

• 2

f. $5 - \left(\frac{4}{3} + \frac{10}{6}\right) =$

• $\frac{41}{15}$

11. Operaciones con fracciones

12. Transformen los números mixtos en fracciones y resuelvan.

a. $2\frac{1}{2} + 1\frac{1}{4} =$

b. $5\frac{2}{3} - 3\frac{1}{6} =$

c. $4\frac{7}{8} + 2\frac{1}{4} - 1\frac{1}{2} =$

13. Resuelvan y simplifiquen cuando sea posible.

a. $\frac{10}{6} \cdot \frac{20}{12} =$

d. $\frac{12}{17} \cdot \frac{6}{34} =$

b. $\frac{18}{33} \cdot \frac{11}{6} =$

e. $\frac{100}{68} \cdot \frac{50}{40} =$

c. $\frac{25}{75} \cdot \frac{24}{16} =$

f. $\frac{1}{9} : 5 =$

14. Completen los espacios vacíos con una fracción de distinto denominador que verifique la igualdad.

a. $\boxed{} + \frac{3}{5} = \frac{14}{15}$

e. $(\boxed{} - 1) \cdot 2 = 5$

b. $\frac{8}{3} - \boxed{} = \frac{27}{12}$

f. $\boxed{} \cdot \frac{4}{34} = \frac{1}{4}$

c. $\frac{3}{7} + \frac{5}{14} - \boxed{} = \frac{1}{2}$

g. $\frac{1}{2} : \boxed{} = \frac{4}{5}$

d. $\frac{2}{3} + \boxed{} = \frac{5}{6}$

h. $(\frac{1}{3} + 1) \cdot \boxed{} = \frac{8}{27}$

15. Resuelvan.

a. Julián debe repartir el pan pedido por 3 confiterías. En la primera encargaron $13\frac{1}{2}$ kg; en la segunda, $\frac{33}{4}$ kg y en la tercera, $\frac{21}{2}$ kg. Si Julián preparó en total 35 kg de pan, ¿cuántos kg le quedarán sin repartir?

b. Ana hizo $\frac{1}{4}$ de su tarea a la mañana y $\frac{2}{3}$ a la tarde. ¿Cuánto le falta para finalizarla?

c. ¿Cuántos vasos de $\frac{1}{6}$ L se pueden llenar con el contenido de un bidón de agua de $\frac{19}{3}$ L?

16. Inventen el enunciado de un problema que use como datos las fracciones indicadas. Luego, resuelvan el problema.

$\frac{2}{5}, \frac{1}{4}, \frac{7}{20}$

11. Operaciones con fracciones

17. Escriban **V** (verdadero) o **F** (falso). Expliquen las respuestas en la carpeta.

a. El producto entre un número y su inverso multiplicativo es igual a 0.

☐

b. El resultado de $\frac{2}{7} : \frac{6}{5}$ es igual al resultado de $\frac{7}{2} \cdot \frac{6}{5}$.

☐

c. El número 2 puede expresarse como $\frac{2}{1}$.

☐

d. El cálculo que corresponde a "un quinto de 88" es $\frac{1}{5} + 88$.

☐

18. Escriban un ejemplo numérico para cada operación. Luego, resuélvanla.

a. Una multiplicación entre una fracción irreducible y su inverso multiplicativo. _____

b. Una división entre un número mixto y un número natural. _____

c. La mitad de una fracción que representa más de un entero. _____

d. La multiplicación entre dos fracciones irreducibles. _____

19. En las siguientes operaciones se han borrado los signos. Completen con el signo necesario para que se verifique la igualdad.

a. $\frac{1}{6} \square \frac{2}{3} = \frac{5}{6}$

c. $\frac{9}{2} \square \frac{21}{30} = \frac{19}{5}$

b. $\frac{7}{4} \square \frac{8}{14} = 1$

d. $\frac{16}{10} \square \frac{2}{5} = 4$



20. Reúnanse con un compañero y resuelvan.

a. Marina describe el trayecto desde su casa al trabajo según los cálculos que realizó: " $\frac{1}{5}$ lo hago caminando; $\frac{2}{3}$, en tren y el resto, en subte". ¿Qué parte recorre en subte?

b. Viviana comentó que el lunes gastó $\frac{3}{4}$ de sus ahorros y el martes gastó $\frac{3}{8}$ de sus ahorros. ¿Es posible? ¿Por qué?

c. En una empresa deben embotellar 1 200 l de agua mineralizada y elegir qué tipo de envase utilizarán. Completen la tabla donde se calcula cuántos envases necesitarían en cada caso.

Capacidad de cada botella (en litros)	$\frac{3}{4}$	1	$1\frac{1}{4}$	$1\frac{1}{2}$	$\frac{25}{8}$
Cantidad de botellas necesarias					

d. ¿A qué es igual la mitad de la tercera parte de un quinto?

12. Potenciación y radicación de fracciones

► SABERES DINÁMICOS

La **potenciación** permite escribir de forma abreviada una multiplicación de factores iguales. La base de esa potencia es el factor que se repite y el exponente de la potencia es el número de veces que se repite.

$$\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \left(\frac{1}{3}\right)^2 \quad \begin{array}{l} \text{cantidad de veces} \\ \text{que se repite el factor} \end{array} \quad \left(\frac{2}{7}\right)^3 = \frac{2}{7} \cdot \frac{2}{7} \cdot \frac{2}{7}$$

Factor

Base que se repite

3 veces como indica el exponente

Para obtener la potencia de una fracción, se debe calcular la potencia del numerador y la potencia del denominador.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

$$\left(\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{4^2}{5^2} = \frac{16}{25}$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{2^3}{3^3} = \frac{8}{27}$$

La potenciación de todo número elevado a la cero es igual a 1.

$$\left(\frac{7}{8}\right)^0 = 1$$

$$\left(\frac{9}{2}\right)^0 = 1$$

La **radicación** es la operación inversa de la potenciación.

Para obtener la raíz de una fracción se debe calcular la raíz del numerador y la raíz del denominador.

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$$

$$\sqrt[3]{\frac{8}{27}} = \frac{\sqrt[3]{8}}{\sqrt[3]{27}} = \frac{2}{3}$$

$$\sqrt{\frac{25}{100}} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{100}} = \frac{5}{10}$$

La potenciación y radicación de fracciones cumplen las mismas propiedades que para los números naturales.

Dinámica TConecta

Ingresa en puerto.pub/potenfra* y en puerto.pub/raizfra** para observar videos que les ayudarán a entender mejor la potenciación y la radicación de fracciones.

Enlaces acortados de * <https://youtu.be/cu1zd2d0Klo> y ** <https://youtu.be/CFq0JMkqFgA>

TEST DE COMPRENSIÓN

1. Respondan y expliquen sus respuestas.

a. ¿Cuál es el resultado de $\frac{2^2}{3^2}$?

b. ¿Es cierto que $\sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3}$?

c. Para calcular $\left(\frac{2}{3}\right)^2$, ¿por qué hay que escribir la fracción entre paréntesis?

12. Potenciación y radicación de fracciones

21. Calculen las siguientes potencias y raíces.

a. $\left(\frac{3}{4}\right)^2 = \square$

b. $\left(\frac{1}{5}\right)^3 = \square$

c. $\left(\frac{2}{3}\right)^4 = \square$

d. $\left(\frac{11}{9}\right)^0 = \square$

e. $\left(\frac{1}{2}\right)^5 = \square$

f. $\sqrt{\frac{64}{81}} = \square$

g. $\sqrt[4]{\frac{1}{256}} = \square$

h. $\sqrt[3]{\frac{125}{8}} = \square$

i. $\sqrt[3]{\frac{64}{27}} = \square$

j. $\sqrt{\frac{36}{100}} = \square$

22. Completen los espacios vacíos en los siguientes cálculos.

a. $\left(\square\right)^2 = \frac{144}{25}$

b. $\left(\frac{2}{3}\right)^{\square} = \frac{8}{27}$

c. $\sqrt{\square} = \frac{13}{25}$

d. $\sqrt[4]{\frac{16}{81}} = \frac{2}{3}$

23. Escriban en lenguaje simbólico y resuelvan.

a. El cubo de tres cuartos.

b. La raíz cuadrada de dieciséis centésimos.

c. El cuadrado de siete novenos.

d. La raíz cúbica de ocho milésimos.

e. La raíz cuarta de un dieciseisavo.

24. Resuelvan.

a. Si el cuadrado de un número es igual a $\frac{121}{64}$, ¿cuál es el número?

b. Si el área de un cuadrado es igual a $\frac{25}{9} \text{ cm}^2$, ¿cuánto mide su lado?

25. Escriban en lenguaje coloquial y luego resuelvan.

a. $\left(\frac{2}{3}\right)^3$

b. $\sqrt{\frac{81}{100}}$

c. $\left(\frac{1}{5}\right)^2$

d. $\sqrt[4]{\frac{1}{16}}$

13. Operaciones combinadas con fracciones

► SABERES DINÁMICOS

Para **resolver un cálculo combinando operaciones**, pueden seguir las siguientes recomendaciones:

1. Se separa en términos.
2. En el caso de haber paréntesis, se resuelven las operaciones que están dentro.
3. Se resuelven las potencias y raíces.
4. Se resuelven las multiplicaciones y divisiones.
5. Se resuelven las sumas y restas.
6. Se simplifica, si es posible, el resultado.

Se separa en términos

$$\sqrt{\frac{7}{3}} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{2}{5} \cdot \frac{4}{10} + \sqrt{\frac{9}{16}} =$$

Se separa en términos.

$$\frac{7}{3} + \frac{1}{4} - \frac{2}{5} \cdot \frac{4}{10} + \frac{3}{4} =$$

Se resuelven potencias y raíces.

$$\frac{7}{3} + \frac{1}{4} - 1 + \frac{3}{4} =$$

Se resuelven multiplicaciones y divisiones.

$$\frac{28}{12} =$$

Se resuelven sumas y restas.

$$= \frac{7}{3}$$

Se simplifica el resultado.

Se separa en términos

$$\frac{1}{5} + \left(\sqrt[3]{\frac{8}{27}} + \frac{4}{5} \cdot \frac{10}{6}\right) - \frac{3}{10} \cdot \frac{5}{6} =$$

Se separa en términos.

$$\frac{1}{5} + 2 - \frac{3}{10} \cdot \frac{5}{6} =$$

Se resuelve el paréntesis.

$$\frac{1}{5} + 2 - \frac{1}{4} =$$

Se resuelven multiplicaciones y divisiones.

$$= \frac{39}{20}$$

Se resuelven sumas y restas.

TEST DE COMPRENSIÓN

1. Respondan y expliquen sus respuestas.

a. ¿Cuántos términos tiene el siguiente cálculo combinado: $\frac{2}{9} - \frac{31}{12} \cdot \frac{7}{6}$?

b. ¿Dónde se deberían colocar los paréntesis para que el resultado de $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{8} + \frac{3}{8}$ sea $\frac{1}{4}$?

c. Tengan en cuenta la separación de términos que se realiza en las operaciones combinadas e indiquen por qué tiene sentido que las últimas operaciones que se realizan son las sumas y las restas.

13. Operaciones combinadas con fracciones

26. Resuelvan.

a. $+\left(\frac{5}{2}-1\right):\frac{6}{4}-\left(\frac{7}{8}\right)^0=$

e. $\left(\frac{2}{3}-\frac{1}{4}\cdot\frac{2}{3}\right)+1:\frac{1}{4}=$

b. $\left(\frac{3}{4}-\frac{1}{2}\right)^2+\sqrt{\frac{3}{2}+\frac{3}{4}}=$

f. $\sqrt[3]{\frac{7}{8}-\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{4}}-\frac{7}{6}=$

c. $\left(\frac{5}{7}\cdot\frac{14}{20}+\frac{1}{5}\right)+\sqrt{\frac{1}{4}}=$

g. $\sqrt{\frac{25}{16}}\cdot\frac{4}{10}-\left(\frac{11}{13}\right)^0\cdot\frac{1}{2}=$

d. $\sqrt{\frac{36}{100}}+\left(\frac{1}{5}+1\right):\frac{12}{5}-\frac{1}{10}=$

h. $\left(\frac{1}{2}\right)^2\cdot\sqrt{\frac{1}{16}}+\sqrt[5]{\frac{1}{32}}\cdot\sqrt[3]{\frac{1}{64}}=$

27. Escriban en lenguaje simbólico y resuelvan.

a. La suma entre el cuadrado de un medio y el doble de tres cuartos.

b. La diferencia entre seis quintos y la raíz cúbica de un octavo.

c. El cubo de la suma entre uno y tres décimos.

d. La suma entre la mitad de ocho séptimos y un quinto de diez tercios.

28. Coloquen los paréntesis en el lugar necesario para obtener los resultados.

a. $\frac{1}{2} + \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} = \frac{5}{8}$

d. $\frac{1}{2} : \frac{1}{4} + \frac{3}{8} = \frac{4}{5}$

b. $1 - \frac{1}{5} + \frac{1}{10} = \frac{7}{10}$

e. $\frac{7}{9} - \frac{1}{9} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{3}$

c. $150 : 3 + 4 \cdot \frac{1}{2} = 27$

f. $\frac{2}{5} + \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{4} - \frac{1}{2} = \frac{31}{40}$

13. Operaciones combinadas con fracciones

29. Escriban en lenguaje coloquial y resuelvan.

a. $\frac{3}{7} + \sqrt{\frac{1}{9}}$

b. $2 \cdot \left(\frac{4}{3} - \frac{2}{6}\right)^2$

c. $\left(\frac{2}{6}\right)^2 + \sqrt[3]{\frac{1}{27}}$

d. $\frac{2}{5} \cdot \frac{10}{8} + \frac{1}{4}$

e. $\sqrt{2 \cdot \left(\frac{22}{16} + \frac{133}{8}\right)}$

30. Calculen las operaciones indicadas sabiendo que $A = \frac{1}{2}$, $B = \frac{3}{5}$ y $C = \frac{4}{9}$ y expresen el resultado en número mixto cuando sea posible.

a. $(A^2 + B) : C =$

b. $\sqrt{C} - A + 5 \cdot B =$

c. $(A - C) \cdot B + A^3 =$

31. Planteen las situaciones y resuelvan.

a. La nutricionista de Juan le preparó una dieta equilibrada con un consumo diario de 2000 calorías distribuidas de la siguiente manera: $\frac{2}{5}$ en el almuerzo, la mitad del resto en la cena y las calorías que faltan repartirlas en partes iguales entre el desayuno y la merienda. ¿Cuántas calorías debe consumir Juan en cada comida?

b. Una agencia de viajes promociona una excursión por la Ciudad de Buenos Aires que incluye transporte con guía de turismo, entrada a un museo y almuerzo, todo por \$1 800. Si a los menores entre 5 y 12 años les cuesta $\frac{5}{6}$ de la tarifa y a los menores de 5 años, $\frac{1}{3}$ de la tarifa, ¿cuánto abonará una familia compuesta por dos adultos y dos niños de 4 y 9 años, respectivamente?

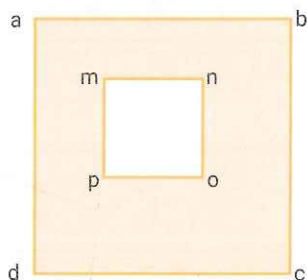
13. Operaciones combinadas con fracciones



32. Reúnanse con un compañero, observen las figuras y calculen el perímetro de la que está sombreada.

a. El lado del cuadrado $abcd$ mide $\frac{5}{4}$ m.

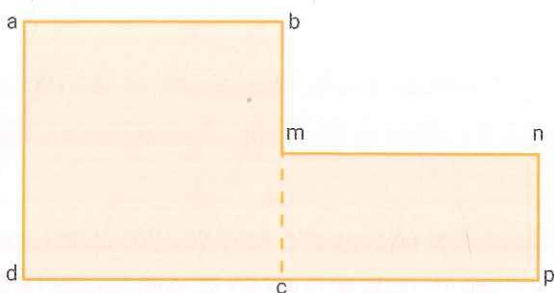
El lado del cuadrado mnp mide $\frac{2}{5}$ del lado $\overline{ab}$.



b. El área del cuadrado $abcd$ es $\frac{49}{9}$ m².

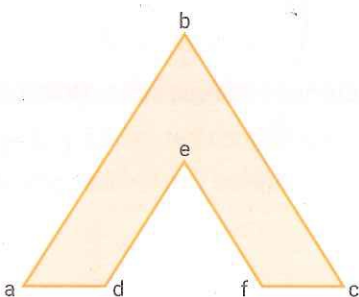
m es el punto medio del lado $\overline{bc}$.

El lado $\overline{mn}$ del rectángulo mnp mide $\frac{3}{2}$ del lado $\overline{ab}$.



c. El perímetro del triángulo equilátero abc es $\frac{7}{2}$ cm.

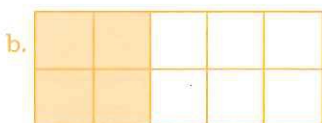
El triángulo def es equilátero y su lado es $\frac{1}{2}$ del lado del triángulo abc .



33. Representen en una recta numérica las siguientes fracciones.

$$\frac{1}{3}, \frac{7}{6}, \frac{5}{8}$$

34. Indiquen la fracción irreducible que representa la parte sombreada.



35. Completen los espacios vacíos en las siguientes igualdades.

a. $\frac{3}{5} = \frac{\square}{15} = \frac{6}{\square}$

b. $\frac{4}{7} = \frac{16}{\square} = \frac{\square}{35}$

c. $\frac{1}{2} = \frac{\square}{20} = \frac{11}{\square}$

36. Ordenen en forma decreciente las siguientes fracciones.

a. $\frac{2}{5}, \frac{3}{4}, \frac{1}{12}$

b. $\frac{3}{7}, \frac{1}{8}, \frac{10}{12}$

c. $\frac{1}{2}, \frac{7}{16}, \frac{3}{2}$

37. Calculen las operaciones sabiendo que...

$$P = \frac{25}{36} \text{ y } Q = \frac{2}{3}$$

a. $\sqrt{P} + P : Q =$

b. $Q^2 + P =$

c. $9P - Q =$

d. $\sqrt{P} : Q^3 - 1 : Q =$

38. Simplifiquen todo lo posible las siguientes fracciones.

a. $\frac{140}{630} =$

b. $\frac{12}{132} =$

c. $\frac{2400}{4800} =$

d. $\frac{520}{624} =$

39. Escriban en lenguaje simbólico y resuelvan.

a. El doble de la suma entre $\frac{1}{4}$ y $\frac{7}{8}$.

b. La diferencia entre la tercera parte de $\frac{1}{5}$ y la cuarta parte de $\frac{1}{6}$.

c. El cuadrado de la suma entre $\frac{1}{5}$ y 1, dividido $\frac{6}{5}$.

d. La suma entre la raíz cuarta de $\frac{16}{625}$ y el cuadrado de $\frac{1}{5}$.

40. Escriban en lenguaje algebraico y resuelvan.

a. $\left(\frac{1}{2}\right)^3 + \left(\frac{1}{3}\right)^2 =$

b. $\sqrt{\frac{9}{49}} + \frac{2}{7} =$

c. $\frac{1}{4} \cdot \left(\frac{3}{2} - 1\right) =$

41. Resuelvan las operaciones combinadas.

a. $\frac{1}{2} \cdot \left(1 - \frac{2}{3}\right) + 2 : \frac{4}{3} - \frac{1}{8} =$

b. $\sqrt{1 - \frac{9}{25}} + \left(\frac{1}{5}\right)^2 \cdot \frac{25}{2} =$

c. $\left(1 + \frac{3}{7}\right) - \left(1 - \frac{3}{14}\right) + \left(\frac{5}{15} : \frac{10}{20}\right) =$

d. $\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{6}\right)^2 + \sqrt[5]{\frac{32}{243}} + \left(\frac{9}{15}\right)^0 =$

e. $\frac{3}{4} : \frac{9}{16} + \sqrt{\frac{1}{4}} - \frac{5}{6} =$

42. Completen para que se verifique la igualdad.

a. $\square : \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) = 4$

b. $\frac{10}{3} - \left(1 + \frac{1}{5}\right) = \square$

c. $\left(\frac{1}{2} + \frac{3}{4}\right) \cdot \square = \frac{2}{3}$

d. $\frac{7}{2} : \frac{14}{4} + \square : \frac{6}{9} = 2$

43. Resuelvan

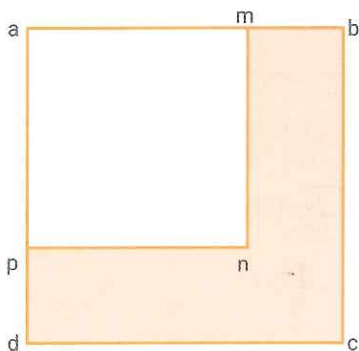
a. Un avión con 320 pasajeros parte de Buenos Aires hacia México, con escalas en Lima y en Bogotá. En la primera escala se baja $\frac{1}{8}$ de los pasajeros y suben 23 pasajeros nuevos. En la segunda escala se bajan $\frac{1}{3}$ de los pasajeros y suben 85 pasajeros nuevos. ¿Con cuántos pasajeros llega el avión a México?

b. Andrés debe entregar el jueves un trabajo de Historia de 40 páginas. El lunes realizó $\frac{3}{8}$ del trabajo y el martes, $\frac{1}{5}$. ¿Qué parte del trabajo le falta?

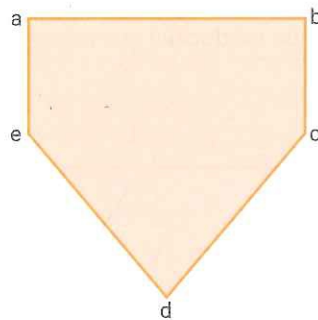
c. Lucas pidió un préstamo de dinero que deberá devolver en tres cuotas de la siguiente manera: $\frac{1}{4}$ en la primera cuota, $\frac{2}{6}$ en la segunda cuota y lo que resta en la última. ¿Qué fracción deberá pagar en la última cuota?
Si había pedido prestado \$4800, ¿cuánto dinero devolverá en cada cuota?

44. Encuentren lo pedido en cada caso.

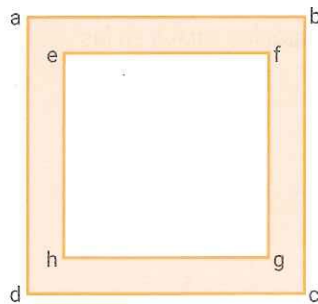
a. El perímetro de la figura sombreada, sabiendo que el área del cuadrado abcd es $\frac{169}{16} \text{ cm}^2$ y el área del cuadrado amnp es $\frac{49}{9} \text{ cm}^2$.



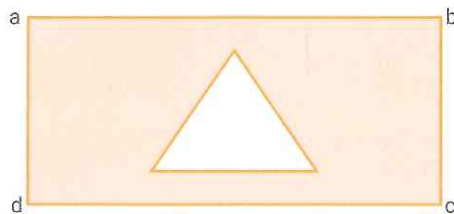
b. El perímetro de la figura sombreada, sabiendo que en el rectángulo abce la base mide $\frac{25}{6} \text{ cm}$ y la altura mide $\frac{3}{5}$ de la base, y que el triángulo ecd es equilátero.



c. El área de la figura sombreada, sabiendo que el perímetro del cuadrado abcd es 7 cm y el del cuadrado efgh es 5 cm.



d. El perímetro de la figura sombreada, sabiendo que en el rectángulo abcd el lado $\overline{ab}$ mide 6 cm, el lado $\overline{bc}$ mide $\frac{2}{3}$ del lado $\overline{ab}$ y que el triángulo interior es equilátero, cuyo lado mide $\frac{3}{4}$ del lado $\overline{ad}$.



14. Fracciones y expresiones decimales

► SABERES DINÁMICOS

Una fracción representa la división entre dos cantidades enteras. Si se divide el numerador y el denominador, se obtiene la **expresión decimal de la fracción**.

Una **expresión decimal** está formada por una parte entera y una parte decimal que puede ser exacta (también llamada finita) o periódica.

Fracción	Expresión decimal	Tipo de expresión decimal
$\frac{7}{4}$	1,75	Expresión decimal exacta
$\frac{1}{3}$	0,333333...	Expresión decimal periódica

- Las expresiones decimales exactas se pueden escribir como **fracción decimal**.

Una **fracción decimal** es una fracción cuyo denominador es igual a la unidad seguida de tantos ceros como cifras decimales tiene la expresión decimal que le corresponde.

Expresión decimal	Fracción decimal	Se lee
0,7	$\frac{7}{10}$	Siete décimos
1,25	$\frac{125}{100}$	Ciento veinticinco centésimos
0,006	$\frac{6}{1000}$	Seis milésimos

Una fracción irreducible tiene una **expresión decimal exacta** cuando los factores primos del denominador son potencias de 2, de 5 o de ambas.

$\frac{11}{50}$ es una fracción irreducible y su denominador se puede expresar $\frac{11}{2 \cdot 5^2} = 0,22$.

- Las expresiones decimales periódicas no se pueden escribir como una fracción decimal.

Para indicar el período de una expresión decimal se escribe un arquito sobre la parte decimal que se repite infinitamente.

$$\frac{2}{3} = 0,6666... = 0,\overline{6}$$

$$\frac{111}{90} = 1,2333... = 1,2\overline{3}$$

Para comparar expresiones decimales se puede seguir el siguiente procedimiento.

Primero se compara la parte entera; si las partes enteras son iguales, se comparan los décimos. Si los décimos son iguales, se comparan los centésimos, los milésimos, etc.

TEST DE COMPRENSIÓN

1. Respondan y expliquen sus respuestas.

- Escriban un ejemplo de una fracción cuya expresión decimal es exacta.
- Expliquen, sin hacer la división, por qué a la fracción $\frac{7}{45}$ le corresponde una expresión decimal periódica.
- Confeccionen una tabla donde distingan expresiones decimales finitas y periódicas usando ejemplos. En cada caso den ejemplos de las fracciones irreducibles correspondientes.

14. Fracciones y expresiones decimales

45. Completen la tabla según corresponda.

Fracción	Expresión decimal
$\frac{2}{5}$	
	1,7
$\frac{48}{200}$	
	0,007

46. Escriban un ejemplo según lo pedido.

- Una fracción irreducible cuya expresión decimal sea exacta.
- Una fracción cuya expresión decimal sea periódica.
- Una fracción decimal que represente más de un entero.
- Una fracción decimal cuya expresión decimal tenga parte entera igual a seis.

47. Ordenen de mayor a menor los siguientes números decimales.

0,23 1,789 $0,\overline{5}$ 0,001 $1,\overline{82}$ 2,01 1,5

48. Ordenen de menor a mayor los siguientes números.

1,5 $\frac{2}{10}$ $1\frac{1}{4}$ 0,25 $\frac{2}{9}$ $0,\overline{3}$ $2\frac{1}{8}$

49. Escriban V (verdadero) o F (falso) y expliquen sus respuestas.

- | | |
|---|---|
| a. $0,9 < 0,89$ ☐ | e. $4,1\overline{8} = 4,1\overline{8}$ ☐ |
| b. $\frac{2}{10} > 0,02$ ☐ | f. $0,45 = \frac{9}{20}$ ☐ |
| c. $0,\overline{3} = \frac{3}{10}$ ☐ | g. $0,8 = \frac{8}{9}$ ☐ |
| d. $0,06 < 0,6$ ☐ | h. $\frac{1}{10} > \frac{1}{9}$ ☐ |

50. Completen con una expresión decimal que se encuentre entre los números dados.

- | | |
|---|---|
| a. 0,7 <input type="text"/> $\frac{4}{5}$ | d. 0,89 <input type="text"/> $\frac{45}{50}$ |
| b. $\frac{3}{10}$ <input type="text"/> $\frac{4}{10}$ | e. 3,33 <input type="text"/> $3,3\overline{3}$ |
| c. $1,\overline{2}$ <input type="text"/> 1,23 | f. $\frac{1}{9}$ <input type="text"/> $\frac{1}{2}$ |

15. Operaciones con decimales. Operaciones combinadas

► SABERES DINÁMICOS

Suma y resta

Para **sumar y restar** números decimales exactos se deben escribir en columna haciendo coincidir las partes enteras, la coma y las cifras decimales; luego se resuelve. En aquellos casos que falten cifras, se deben completar con ceros.

Suma	Resta
$2,36 + 1,189$	$5,289 - 2,768$
$\begin{array}{r} 2,360 \\ + 1,189 \\ \hline 3,549 \end{array}$	$\begin{array}{r} 5,289 \\ - 2,768 \\ \hline 2,521 \end{array}$

Multiplicación

Para **multiplicar** dos números decimales exactos, se multiplican como si fuesen números enteros y, luego, para colocar la coma en el resultado se cuentan tantas cifras decimales como tenga la suma de los lugares decimales de los factores.

$$1,278 \times 2,34$$

$$\begin{array}{r} 1,278 \longrightarrow 3 \text{ decimales} \\ \cdot 2,34 \longrightarrow 2 \text{ decimales} \\ \hline 5112 \\ 3834 \\ 2556 \\ \hline 299052 \longrightarrow 5 \text{ decimales} \end{array}$$

$3 + 2$

Cuando se **multiplica una expresión decimal exacta por 10, 100, 1 000, etc.**, se corre la coma hacia la derecha tantos lugares como ceros tenga el 10, 100, 1 000, etc.

$$3,35 \cdot 10 = 33,5$$

$$1,789 \cdot 100 = 178,9$$

$$23,5 \cdot 1\,000 = 23\,500$$

División

Cuando se **divide una expresión decimal exacta por 10, 100, 1 000, etc.**, se corre la coma hacia la izquierda tantos lugares como ceros tenga el 10, 100, 1 000, etc.

$$17,68 : 10 = 1,768$$

$$25,11 : 100 = 0,2511$$

$$54\,263,7 : 1\,000 = 54,2637$$

Para **dividir** dos números decimales exactos, se deben multiplicar el dividendo y el divisor por 10, 100, 1 000 hasta transformar el divisor en un número natural y, luego, se resuelve la división.

$$\begin{array}{c} \cdot 10 \\ \hline 71,8 : 12,4 = 718 : 124 \\ \hline \cdot 10 \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \cdot 100 \\ \hline 6,9 : 7,98 = 690 : 798 \\ \hline \cdot 100 \end{array}$$

Para **calcular la potencia o raíz de una expresión decimal**, se puede escribir la forma fraccionaria de la expresión y luego se resuelve la operación. Luego, se puede expresar en forma decimal la fracción obtenida como resultado.

$$0,5^2 = \left(\frac{5}{10}\right)^2 = \frac{25}{100} = 0,25$$

$$\sqrt[3]{0,064} = \sqrt[3]{\frac{64}{1\,000}} = \frac{4}{10} = 0,4$$

15. Operaciones con decimales. Operaciones combinadas

Operaciones combinadas con decimales

Para resolver las **operaciones combinadas** con números decimales, se debe separar en términos y respetar la jerarquía de las operaciones de la misma manera que se hace con los números naturales y fraccionarios.

$$0,12 \cdot 2,3 + 7,23 : 1,2 =$$

Se separa en términos.

$$0,276 + 6,025 = 6,301$$

Se resuelve cada término y se calcula el resultado.

En algunas ocasiones, para resolver una operación combinada con números decimales conviene transformar los números a fracciones y resolver. Luego, se puede expresar el resultado obtenido con su expresión decimal.

$$2,5 \cdot (1,2 + \sqrt{0,09}) + 0,5^3 =$$

Se separa en términos.

$$\frac{25}{10} \cdot \left(\frac{12}{10} + \sqrt{\frac{9}{100}} \right) + \left(\frac{5}{10} \right)^3 =$$

Se transforman los números decimales en fracciones decimales.

$$\frac{5}{2} \cdot \left(\frac{6}{5} + \frac{3}{10} \right) + \frac{1}{8} =$$

Se resuelven las operaciones.

$$\frac{15}{4} + \frac{1}{8} = \frac{31}{8} = 3,875$$

Se transforma el resultado a número decimal.

TEST DE COMPRENSIÓN

1. Respondan y expliquen sus respuestas.

- Si un número es multiplicado por 1,26 y da como resultado un número con 5 cifras decimales, ¿cuántas cifras decimales tiene ese número?
- ¿Cuál es el resultado de $4,51 \cdot 10\,000$?
- Escriban otro ejemplo para cada tipo de operación con decimales.

ACTIVIDADES

15. Operaciones con decimales. Operaciones combinadas

51. Completen la siguiente tabla.

$\cdot 100$	Número decimal	$: 10$
	12,899	
198,7		
	132,34	
		0,078
920		
	11,655	

15. Operaciones con decimales. Operaciones combinadas

52. Unan con el resultado correspondiente.

- | | |
|-------------------------------|---------|
| a. $1,2 \cdot 2,1 + 0,25 =$ | • 26,75 |
| b. $2,6 : 1,3 - 0,12 =$ | • 2,77 |
| c. $12,5 + 16,25 - 1 : 0,5 =$ | • 1,88 |
| d. $(3,2 + 1,5) \cdot 1,1 =$ | • 5,17 |



53. Resuelvan trabajando con un compañero.

a. Uno de los integrantes debe resolver las multiplicaciones.

- $12,3 \cdot 3,1 =$ _____
- $1,23 \cdot 0,31 =$ _____
- $0,123 \cdot 0,31 =$ _____
- $123 \cdot 0,031 =$ _____

b. El otro integrante debe unir con flechas con el resultado correspondiente, sin resolverlas.

- | | |
|------------------------|-----------|
| • $12,3 \cdot 3,1 =$ | • 0,03813 |
| • $1,23 \cdot 0,31 =$ | • 3,813 |
| • $0,123 \cdot 0,31 =$ | • 38,13 |
| • $123 \cdot 0,031 =$ | • 0,3813 |

c. ¿Llegaron a los mismos resultados? _____

54. Resuelvan.

- | | |
|--------------------|-------------------------------|
| a. $0,2^2 =$ _____ | e. $\sqrt{0,49} =$ _____ |
| b. $1,2^2 =$ _____ | f. $\sqrt{1,69} =$ _____ |
| c. $0,5^3 =$ _____ | g. $\sqrt[3]{0,027} =$ _____ |
| d. $1,1^3 =$ _____ | h. $\sqrt[4]{0,0001} =$ _____ |

55. Escriban V (verdadero) o F (falso).

- a. $(1 - 0,6)^0 = 0,6$
- b. $\sqrt{(0,25 + 0,01)} = 0,5 + 0,1$
- c. $\sqrt[3]{\frac{0,001}{0,008}} = \frac{0,1}{0,2}$
- d. $(0,1 \cdot 1,3)^2 = 0,01 \cdot 1,69$

☐
☐
☐
☐

15. Operaciones con decimales. Operaciones combinadas

56. Resuelvan los siguientes cálculos en forma decimal.

a. $12,3 + 6,7 - 1,45 =$

e. $12,34 \cdot 4,5 + 8,3 =$

b. $64,7 - (2,67 + 15,98) =$

f. $3,4 + 6,4 : 3,2 =$

c. $2 \cdot (33,6 + 17,82) - 45,6 =$

g. $125,5 : 0,2 + 77,8 =$

d. $276,9 - (2,5 - 23,99) =$

h. $678,42 - 7,8 \cdot 12,3 =$

57. Escriban dos ejemplos de cada uno.

a. Una fracción cuya expresión decimal sea igual a 1,75.

b. Una fracción cuya expresión decimal sea igual a 0,25.

58. Resuelvan los siguientes cálculos, transformando previamente los números decimales a fracciones. Expresen el resultado como número decimal.

a. $(1 - 0,8)^2 + 2 \cdot \sqrt{0,16} + 0,6^0 =$

c. $(\sqrt{1,21} + \sqrt[3]{0,027}) + (1 - 0,5) \cdot (1 - 0,8) =$

b. $\sqrt{(1 + 5 \cdot 0,2^2 + 0,1^2)} - (0,45 : 1,5 - 0,4) =$

d. $(12,3 - 1,2) \cdot (\sqrt{0,01} + 1,3) - 0,1 =$

59. Resuelvan y escriban la respuesta.

a. Un paciente debe tomar 0,1 g de un medicamento cada 8 horas. Si solo tiene comprimidos de 0,05 g cada uno, ¿cuántos debe tomar por día?

b. Julia fue a la perfumería y compró tres jabones de tocador a \$32,50 cada uno, una esponja a \$45,25, una crema de enjuague a \$125,50 y dos esmaltes de uñas a \$95,25 cada uno. Si pagó con un billete de \$1 000, ¿cuánto recibió de vuelto?

16. Aproximación y porcentaje

► SABERES DINÁMICOS

Aproximación

En muchos casos es útil considerar una expresión decimal aproximada para poder resolver operaciones o porque no es necesario considerar todas sus cifras decimales.

Se puede aproximar **por redondeo** o **por truncamiento**.

Para **aproximar por redondeo** una expresión decimal hay que determinar a qué cifra decimal se aproximará y observar la cifra decimal siguiente.

Si la cifra siguiente **es mayor o igual a 5**, se le suma uno a la cifra considerada y se elimina el resto de las cifras.

*0,58 aproximado a los décimos es 0,6
1,465 aproximado a los centésimos es 1,47*

Si la cifra siguiente **es menor a 5**, se deja igual a la cifra considerada y se elimina el resto de las cifras.

*0,13 aproximado a los décimos es 0,1
8,272 aproximado a los centésimos es 8,27*

Para **aproximar por truncamiento** se eliminan las cifras que están a la derecha de la cifra considerada.

*34,561 aproximado a los décimos por truncamiento es 34,5
34,561 aproximado a los centésimos por truncamiento es 34,56*

Porcentaje

El **porcentaje** se usa para definir la relación entre una parte y un total representando esa cantidad para el caso de que el total sea 100.

68% se lee sesenta y ocho por ciento y representa $\frac{68}{100}$.

El porcentaje de una cantidad indica una proporción del total.

Para calcularlo se expresa el porcentaje en fracción y luego se calcula la fracción de la cantidad.

El 25% de los 148 alumnos de una escuela vive a más de 30 cuadras. ¿Cuántos alumnos representan esa cantidad?

$$25\% \text{ de } 148 \quad \frac{25}{100} \cdot 148 = 37$$

37 alumnos representan el 25% de los 148 alumnos.

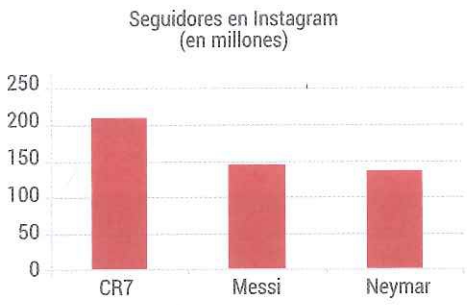
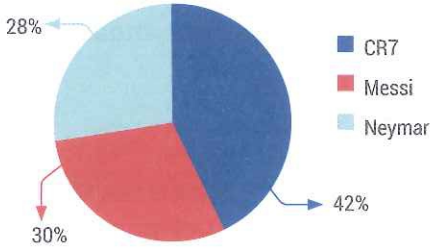
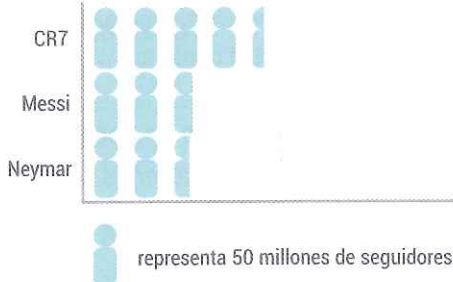
Áreas dinámicas [Matemática y Ciencias Naturales]

Desde 2006 la ANMAT (Administración Nacional de Medicamentos, Alimentos y Tecnología) estableció los datos obligatorios que deben informar las etiquetas de los alimentos. Así, el consumidor dispone de más información sobre las propiedades de esos productos y puede llevar una dieta más sana y equilibrada. En las etiquetas se encuentra toda la información nutricional que incluye la cantidad de energía y nutrientes y el porcentaje de valores diarios recomendado basado en una dieta de 2 000 calorías. El valor diario de cada persona puede variar según sus necesidades calóricas y para calcularlo es necesario saber porcentaje.

16. Aproximación y porcentaje

Gráficos

Los datos obtenidos se pueden volcar en gráficos. Existen distintos tipos de gráficos.

Gráfico de barras	Es un gráfico que organiza las categorías en el eje horizontal y la altura de cada barra representa los valores que toma cada una. Permite comparar fácilmente los datos.	Seguidores en Instagram (en millones)  <table><tr><th>Nombre</th><th>Seguidores (millones)</th></tr><tr><td>CR7</td><td>200</td></tr><tr><td>Messi</td><td>140</td></tr><tr><td>Neymar</td><td>130</td></tr></table>	Nombre	Seguidores (millones)	CR7	200	Messi	140	Neymar	130
Nombre	Seguidores (millones)									
CR7	200									
Messi	140									
Neymar	130									
Gráfico circular	Es un gráfico cuya representación corresponde a un diagrama de sectores circulares donde cada parte representa un porcentaje del total.	Seguidores en Instagram  <table><tr><th>Nombre</th><th>Porcentaje</th></tr><tr><td>CR7</td><td>42%</td></tr><tr><td>Messi</td><td>30%</td></tr><tr><td>Neymar</td><td>28%</td></tr></table>	Nombre	Porcentaje	CR7	42%	Messi	30%	Neymar	28%
Nombre	Porcentaje									
CR7	42%									
Messi	30%									
Neymar	28%									
Pictograma (o gráfico de imágenes)	Es un gráfico donde las cantidades se representan a través de imágenes o símbolos. Permite interpretar fácilmente la información.	Seguidores en Instagram  <table><tr><th>Nombre</th><th>Seguidores (millones)</th></tr><tr><td>CR7</td><td>200</td></tr><tr><td>Messi</td><td>150</td></tr><tr><td>Neymar</td><td>150</td></tr></table> representa 50 millones de seguidores	Nombre	Seguidores (millones)	CR7	200	Messi	150	Neymar	150
Nombre	Seguidores (millones)									
CR7	200									
Messi	150									
Neymar	150									

TEST DE COMPRENSIÓN

1. Respondan y expliquen sus respuestas.
 - a. Al aproximar por truncamiento ¿se puede obtener un número mayor? ¿Y al aproximar por redondeo?
 - b. ¿Cuánto es el 10% del 20% de 100?
 - c. ¿Es cierto que el 50% de una cantidad equivale a su mitad? El 25%, ¿a qué equivale?

16. Aproximación y porcentaje

60. Completen la siguiente tabla, aproximando a centésimos, según corresponda.

Número decimal	Aproximación por redondeo	Aproximación por truncamiento
1,987		
0,016		
12,834		
7,889		
423,671		
0,025		

61. Escriban un ejemplo que cumpla lo pedido.

- a. 3,46 es la aproximación por redondeo de _____
- b. 0,9 es la aproximación por truncamiento de _____
- c. 12,88 es la aproximación por redondeo de _____
- d. 5,79 es la aproximación por truncamiento de _____

62. Escriban el cálculo de los siguientes porcentajes y resuelvan.

- a. 20% de 45 _____
- b. 60% de 1 000 _____
- c. 75% de 180 _____
- d. 100% de 650 _____
- e. 45% de 75 _____
- f. 35% de 90 _____
- g. 80% de 200 _____
- h. 90% de 9 _____

63. Calculen mentalmente y completen.

- a. $\square$ % de 800 = $\frac{50}{100} \cdot 800 = \square$
- b. $\square$ % de 60 = $\frac{75}{100} \cdot \square = \square$
- c. $\square$ % de 440 = $\frac{25}{100} \cdot \square = \square$
- d. $\square$ % de 132 = $\frac{50}{100} \cdot \square = \square$

64. Completen con el porcentaje correspondiente.

- a. 33 es el $\square$ % de 66.
- b. 18 es el $\square$ % de 180.
- c. 25 es el $\square$ % de 100.
- d. 12 es el $\square$ % de 60.
- e. 75 es el $\square$ % de 250.
- f. 306 es el $\square$ % de 360.

65. Escriban el número pedido en cada caso.

- a. El 25% de 2,35 redondeado a décimos. _____
- b. La mitad de 1,284 redondeado a centésimos. _____
- c. El 50% de 12,36 truncado a décimos. _____
- d. La cuarta parte de 1,248 truncado a los centésimos. _____

16. Aproximación y porcentaje

66. Realicen, con los datos dados en cada caso, el gráfico correspondiente.

a. Raúl registró cada día la cantidad de velas artesanales vendidas.

Día	Cantidad de velas
Lunes	16
Martes	25
Miércoles	18
Jueves	20
Viernes	21

Gráfico de barras

b. Laura calculó a qué porcentaje de sus amigos les gustan los siguientes ritmos musicales.

Ritmo	Porcentaje (%)
Rock	25
Rap	10
Trap	15
Cumbia	25
Reggaeton	25

Gráfico circular

c. Sergio registró la cantidad de mujeres y varones que hay en una escuela.

Sexo	Cantidad
Femenino	250
Masculino	150

Pictograma

67. Indiquen si las siguientes afirmaciones son correctas. Expliquen sus respuestas.

a. Si un producto costaba \$200 y aumentó un 100%, para que vuelva al valor original habría que hacer un descuento del 50%.

b. Para calcular el 40% de 370 se puede hacer $0,40 \cdot 370$.

c. El 25% de una cantidad equivale a la cuarta parte de esa cantidad.

d. Calcular el 70% de una cantidad equivale a multiplicar esa cantidad por $\frac{100}{90}$.

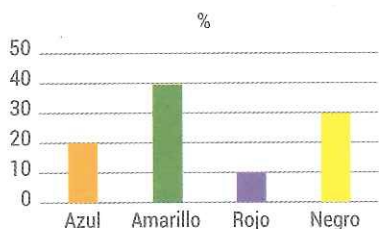
e. La mitad de una cantidad equivale al 50% de esa cantidad.

16. Aproximación y porcentaje

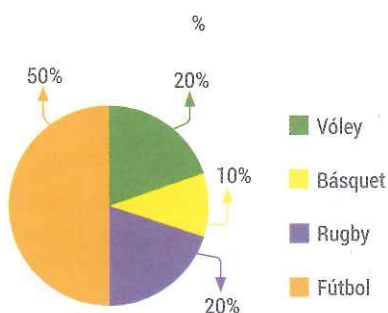
68. Lean atentamente y respondan.

- a. Julián le contó a un amigo que terminó un trabajo en tres días, de la siguiente manera: el primer día hizo el 38%; el segundo día, el 32% y el último día, el 33%. ¿Es correcto lo que contó Julián?
-
- b. Lucía pintó las paredes de su habitación en cuatro días. El primer día pintó un 20%; el segundo día pintó $\frac{1}{5}$; el tercer día, un 50% y el último día, $\frac{1}{10}$. ¿Es posible? ¿Por qué?
-
- c. En un grupo de 40 personas, el 10% habla alemán, la mitad habla inglés y el resto, francés. ¿Cuántas personas hablan cada idioma?
-

69. Los gráficos representan los resultados de encuestas a 150 personas. Resuelvan.



- a. ¿Cuál es el color preferido entre el azul, el rojo, el amarillo y el negro?
-



- b. ¿Cuál deporte gusta más entre el fútbol, el vóley, el rugby y el básquet?
-

- c. Completen teniendo en cuenta los gráficos anteriores.

- El % de las personas encuestadas prefiere el color azul.
- El % de las personas prefiere el color amarillo y esto equivale a personas.
- 45 personas prefieren el color .
- 30 personas prefieren el color .
- Al % le gusta más el fútbol.
- Al % le gusta más el básquet y esto equivale a personas.
- A personas les gusta el fútbol.
- A personas les gusta el vóley.
- A personas les gusta el rugby.

16. Aproximación y porcentaje

70. Resuelvan los siguientes cálculos.

a. El 85% de 100 + el 20% de 60 =

c. El 75% de 200 - el 8% de 800 =

b. El 10% de 77 + el 120% de 60 =

d. El 245% de 50 + el 90% de 100 =

71. Completen la tabla.

Porcentaje	Fracción	Fracción irreducible	Expresión decimal
20%			
25%			
50%			
75%			

72. Lean atentamente y respondan.

Marcelo debe comprar 12 botellas de agua mineral marca "Sureña" en un supermercado. Se ofrecen estas dos promociones.

Supermercado LUNA
Agua mineral
"Sureña"
Cada una
\$87,20
Promoción
3x2

Supermercado La Flor
Agua mineral
"Sureña"
\$88,50 c/u
Comprando 12 unidades
Descuento
del 35%

¿En cuál supermercado le conviene comprar?

73. Planteen y resuelvan.

a. El perímetro del cuadrado abcd es 50,4 cm. Calculen el perímetro de otro cuadrado cuyos lados miden un 25% más que los del cuadrado abcd.

b. Un paciente debe cumplir una dieta de 2 500 calorías por día con la siguiente especificación: 40% del total corresponde a carbohidratos; el 35%, a grasas y el 25%, a proteínas. ¿Cuántas calorías corresponden a cada categoría?

DinámicaMente

Lean lo que dice Micaela y debatan con un compañero si es correcto.

"Al calcular un descuento del 20% de una cantidad y luego aplicar otro descuento del 20% se obtiene el mismo resultado que al calcular directamente un descuento del 40%."

74. Escriban cada fracción como número decimal y luego ordenen de menor a mayor.

$$\frac{1}{4}, \frac{12}{5}, \frac{7}{10}, \frac{3}{2}, \frac{11}{20}$$

75. Escriban los siguientes números decimales como fracciones irreducibles.

a. 24,5 =

b. 11,75 =

c. 0,85 =

d. 5,25 =

e. 0,6 =

76. Completen con $<$, $>$ o $=$.

a. $\frac{7}{8}$ 0,98

b. $\frac{3}{5}$ 0,6

c. $\frac{27}{9}$ 3,25

d. $\frac{1}{2}$ 0,5

e. $\frac{55}{11}$ 3,2

77. Resuelvan las siguientes operaciones.

a. $2,34 + 0,5^2 + \sqrt{0,04} =$

b. $\sqrt[3]{0,001} + \sqrt{0,09} =$

c. $3 \cdot 2,5^0 - 1,2^2 =$

d. $12,5 \cdot 6,7 - 2,4 : 1,2 =$

e. $6 - (4,5 - 3,6) \cdot (8,7 - 2,9) + 5 =$

78. Calculen.

a. El 20% del 5% de 120.

b. El 40% del 30% de 90.

c. El 10% del 10% de 800.

d. El 65% del 35% de 700.

e. El 28% del 14% de 1400.

f. El 100% del 50% de 12.

79. Completen la tabla.

Número decimal	Aproximación por redondeo al entero	Aproximación por redondeo a los décimos
511,23		
45,67		
7,88		
134,64		
1 322,48		

80. Transformen en fracción los números decimales y resuelvan.

a. $0,8 \cdot 0,5 + (1,5)^2 - 1 : 0,4 =$

b. $\sqrt{1 - 0,96} + 0,2 - 0,4 =$

c. $\sqrt{(1,5 \cdot 0,4 + 1,2) : 1,8} + (0,3)^2 =$

d. $(1,1 - 0,1)^3 + 2,5 : 0,5 - 0,4 : 2 =$

e. $(\sqrt[3]{0,027} + 0,7) \cdot 1,25 - 0,75 =$

81. Indiquen cuál es la cantidad en cada caso.

a. El 25% de una cantidad es 360.

b. El 10% de una cantidad es 74.

c. El 75% de una cantidad es 18.

d. El 56% de una cantidad es 154.

e. El 86% de una cantidad es 43.

82. Escriban en lenguaje simbólico y resuelvan.

a. La suma entre el 10% de 80 y la tercera parte de 33.

b. El doble de la diferencia entre el 20% de 50 y el 5% de 40.

d. El producto entre el 20% de 105 y el 5% de 60.

c. El cociente entre el 25% de 128 y el 8% de 8.

83. Completen la tabla resolviendo mentalmente.

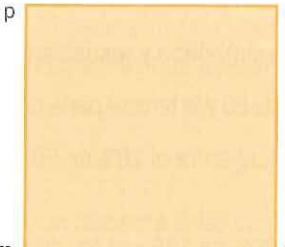
$\cdot 100$	Número decimal	$: 10$
	123,58	
830		
		74,117
	75,1	
1500		

84. Planteen y resuelvan.

- El pasillo de la casa de Juan tiene 7,8 m de largo. ¿Cuántos pasos tendrá que dar Juan para recorrerlo, si cada uno de sus pasos mide 0,65 m?
- Luis compró 2 kg de pan en una panadería que cobra \$110,50 el kilo. Como había una promoción por llevar esa cantidad, le hicieron un 15% de descuento. ¿Cuánto pagó en total?
- A un taller de cerámica al que asisten 16 personas faltaron a la última clase 2 personas. ¿Qué porcentaje estuvo presente?
- Andrés fue a la verdulería y compró 3 kilos de manzana a \$95,75 el kilo, 2 kilos de banana a \$105,25 el kilo y 1 kilo de tomate a \$75. Si pagó con un billete de \$1 000, ¿cuánto recibió de vuelto?
- Lucrecia quiere alfombrar su dormitorio, y el precio por metro cuadrado de la alfombra que le gusta es de \$875,50. Si el piso de su dormitorio mide 3 m por 2,5 m, ¿cuánto le costará alfombrarlo?

85. Resuelvan y respondan.

d  c
El lado $\overline{ab}$ mide 6 cm.

p  o
m n

Si el lado del cuadrado mnop mide 50% más que el lado del cuadrado abcd:

- ¿Qué porcentaje aumenta su perímetro?
- ¿Qué porcentaje aumenta su área?

86. Escriban V (verdadero) o F (falso). Expliquen las respuestas.

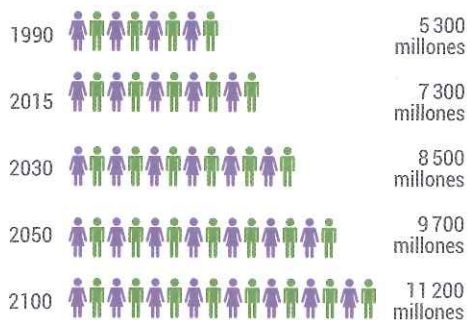
- Una fracción con denominador 10 es una fracción decimal. ☐
- Toda fracción puede escribirse como número decimal exacto. ☐
- El porcentaje puede transformarse en una fracción con denominador 100. ☐
- Calcular el 75% de una cantidad equivale a calcular $\frac{3}{4}$ de la cantidad. ☐



87. Observen el pictograma e indiquen si las afirmaciones son correctas. Expliquen usando cálculos, cuando sea necesario.

Población mundial

Población mundial proyectada hasta 2100



- Entre 1990 y 2015 la población aumentó aproximadamente un 37,74%.
- Entre 2030 y 2100 la población aumentará aproximadamente un 31,76%.
- Entre 2015 y 2030 la población aumentará 1 200 millones y lo mismo entre 2030 y 2050; por eso el porcentaje de población que aumenta en cada uno de esos períodos es el mismo.
- La información dada por el pictograma es incorrecta porque el aumento entre 1990 y 2100 supera el 100%.

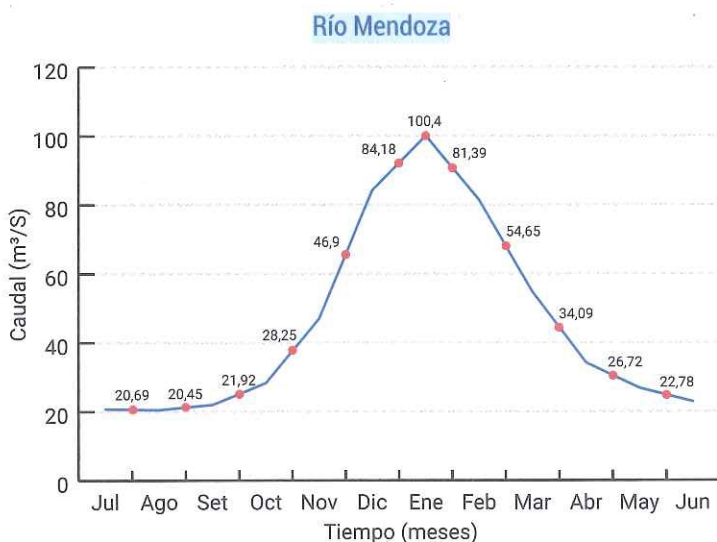
17. Gráficos y tablas

► SABERES DINÁMICOS

Los **gráficos** permiten leer con mayor facilidad los datos de una situación.

El siguiente gráfico muestra la variación del caudal del río Mendoza durante un año; es decir, cómo varía el caudal del río en función del tiempo.

Las cantidades que se representan en los gráficos se llaman **variables**. En este caso las variables son el caudal y el tiempo.



- En el eje horizontal se representaron los meses del año. En el eje vertical, el caudal en m^3/s .

- El caudal máximo registrado fue de $100,4 \text{ m}^3/\text{s}$ en el mes de enero. Y el caudal mínimo registrado fue de $20,45 \text{ m}^3/\text{s}$ en el mes de agosto.

- Se puede observar que entre los meses de octubre y enero el caudal fue en aumento.

- También se observa que entre enero y junio el caudal disminuyó.

En la siguiente **tabla** se representa el caudal medio de cada mes del río Mendoza durante un año.

Mes	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun
Caudal (m^3/s)	20,69	20,45	21,92	28,25	46,9	84,18	100,4	81,39	54,65	34,09	26,72	22,78

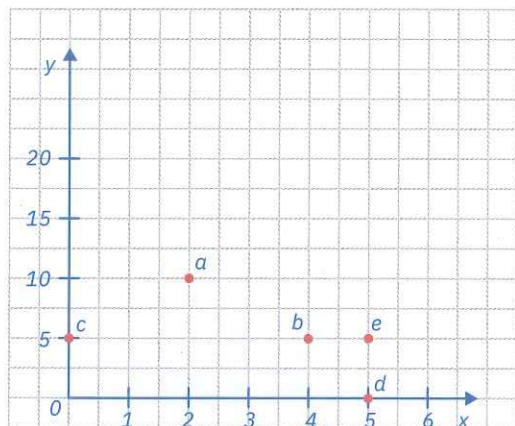
Áreas dinámicas [Matemática y Ciencias Sociales]

Los hidrogramas son tipos de gráficos que sirven para representar la variación en el tiempo de alguna información hidrológica como el caudal de un río, el nivel de agua, etc. El gráfico del ejemplo de esta página es un hidrograma.

17. Gráficos y tablas

Sistema de ejes cartesianos

- Un **sistema de ejes cartesianos** está formado por dos rectas perpendiculares que se cortan en un punto llamado **origen de coordenadas**. El gráfico de la variación del caudal del río Mendoza se realizó sobre un sistema de ejes cartesianos.
- La recta horizontal se denomina **eje de abscisas** (eje x) y la vertical, **eje de ordenadas** (eje y). En nuestro ejemplo, el tiempo (en meses) se representó en el eje x y el caudal (en m^3/s) sobre el eje y.
- Cada **punto** queda determinado por un par ordenado de valores, donde el primero representa la **abscisa** y el segundo, la **ordenada**.



$a = (2;10)$ $b = (4;5)$ $c = (0;5)$ $d = (5;0)$ $e = (5;5)$

Para ubicar estos puntos se tomaron distintas unidades en cada eje.

Los puntos representados se pueden organizar en una tabla como la siguiente.

x	y
2	10
4	5
0	5
5	0
5	5

TEST DE COMPRENSIÓN

1. Respondan y expliquen las respuestas.

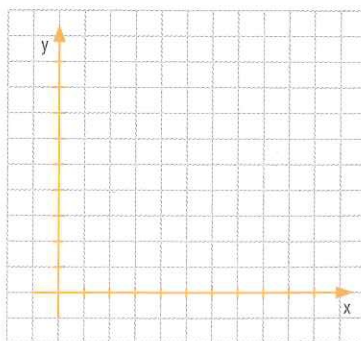
- ¿Todos los puntos de abscisa 0 están ubicados sobre el eje y?
- El punto (2;5), ¿es igual al punto (5;2)?
- Den tres ejemplos de situaciones que se pueden representar mediante un sistema de ejes cartesianos. Las variables independientes suelen ser cantidades, altura, peso, etc. Las variables dependientes suelen ser tiempo, precio, cantidades, etc.

ACTIVIDADES

17. Gráficos y tablas

1. Representen los puntos de la tabla en un sistema de ejes cartesianos utilizando la escala que consideren adecuada.

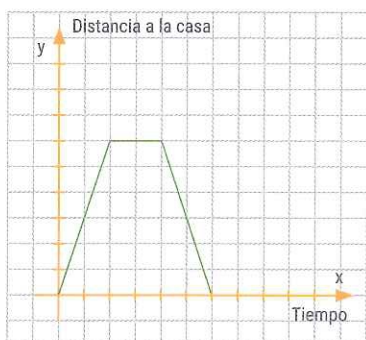
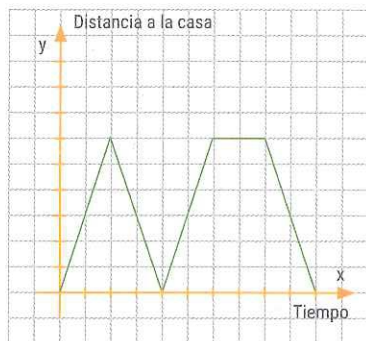
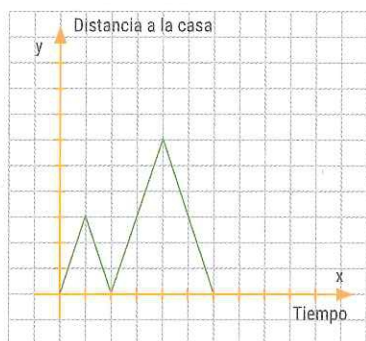
x	y
2	10
5	0
0	15
0	0
6	45
5	60



17. Gráficos y tablas

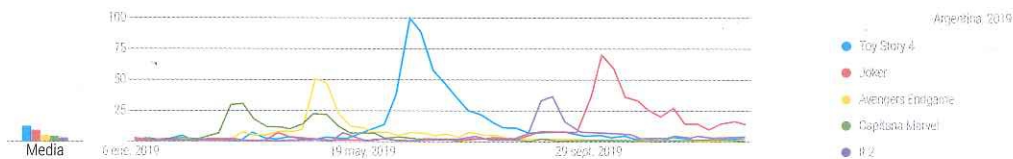
2. Lean las siguientes situaciones y completen en el gráfico con la letra del ítem correspondiente.

- Marcos sale de su casa, está un rato en el polideportivo y regresa.
- Juan sale de su casa. A mitad de camino recuerda que no lleva zapatillas de deportes; vuelve a casa, regresa al polideportivo y retorna a su casa.
- Matías sale de su casa, está un rato en el polideportivo y comienza a volver. A mitad de camino encuentra a una amiga con la que se queda charlando unos minutos. Luego, continúa hasta llegar a su casa.
- Javier sale de su casa. Cuando llega al polideportivo se da cuenta que se olvidó la pelota; vuelve a casa y regresa al polideportivo. Después de un rato retorna a su casa.



3. Observen atentamente y respondan.

En Google Trends se puede comparar cuántas búsquedas de una palabra se han hecho. El siguiente gráfico muestra las cinco películas preferidas en la Argentina en el año 2019 en ese buscador.



- ¿Cuál fue la película preferida?
- ¿Por qué piensan que los gráficos tienen esa forma?
- Observando el gráfico, ¿se puede afirmar que Toy Story 4 fue la película más vista en 2019 en la Argentina?

17. Gráficos y tablas



4. Reúnanse en grupos, lean atentamente y respondan.

Mónica fue a dar un paseo con su coche. Durante el trayecto, un gato se cruzó delante del automóvil. Mónica frenó de golpe y esquivó al gato. Mónica se asustó y decidió volver a casa. El siguiente gráfico es un registro simplificado de la velocidad del coche durante el paseo.



a. ¿Cuál fue la velocidad máxima del coche durante el paseo?

b. ¿Qué hora era cuando Mónica frenó de golpe para no atropellar al gato?

c. El camino de vuelta a la casa de Mónica ¿fue más corto que la distancia recorrida desde su casa al lugar donde ocurrió el incidente con el gato? Expliquen la respuesta utilizando la información que proporciona el gráfico.

5. Resuelvan.

Estos recipientes tienen la misma altura y la misma capacidad. Se los llena por medio de una canilla, de la que sale un flujo de agua constante.

A



B



C



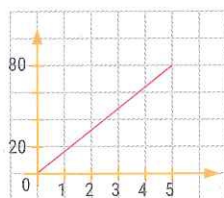
D



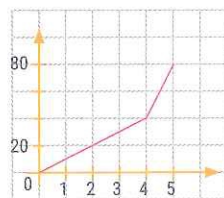
Los gráficos representan, para cada recipiente, la altura del agua en cada uno de ellos en función del tiempo transcurrido en minutos desde el comienzo de llenado.

Escriban en cada gráfico la letra del recipiente que corresponde.

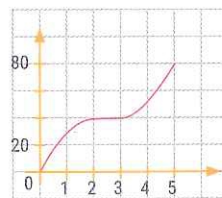
a.



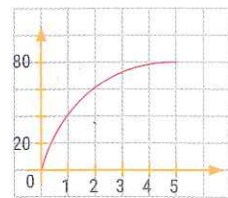
b.



c.



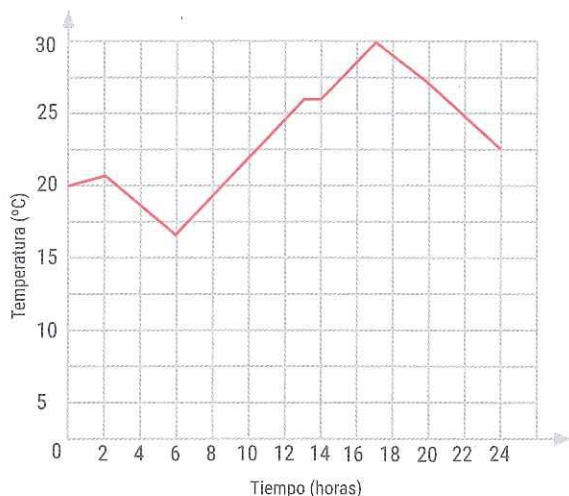
d.



18. Funciones

► SABERES DINÁMICOS

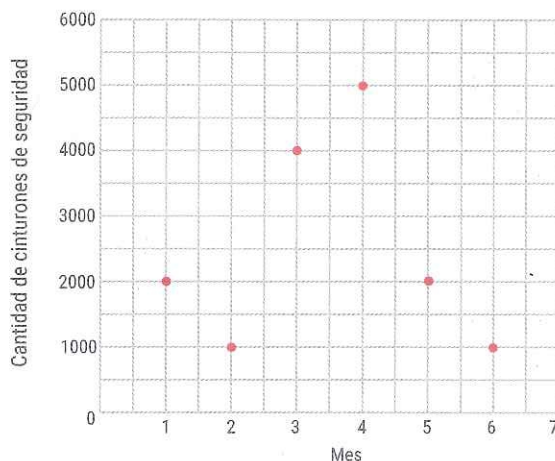
El gráfico muestra la temperatura en la ciudad de Mendoza durante un día.



En este gráfico, **para cada momento del día** (variable independiente) existe una **única temperatura** (variable dependiente). Se dice que la temperatura depende del momento del día.

El gráfico muestra la producción de una fábrica de cinturones de seguridad, desde enero a junio.

En este caso los puntos NO se unen, porque los meses son cantidades enteras, no se fraccionan.



En este ejemplo, **para cada mes del año** (variable independiente) existe una **única cantidad de cinturones de seguridad fabricados** (variable dependiente). Se dice que la cantidad de cinturones de seguridad fabricados depende del mes del año.

Ambos gráficos corresponden a relaciones que son funciones

Una relación es **función** cuando para todo **valor** representado sobre el eje x le corresponde un **único** valor representado sobre el eje y .

Dinámica TConecta

Para saber cómo reconocer si una relación es una función a partir de un gráfico ingresen en puerto.pub/fga* y a partir de una tabla ingresen en puerto.pub/ftab**.

* Enlace acortado de <https://youtu.be/EQhRyPTpv40> y ** Enlace acortado de <https://youtu.be/GX7b5xIQey4>

TEST DE COMPRENSIÓN

1. Respondan y expliquen las respuestas.

- La siguiente relación ¿es una función? ¿Por qué?
"El costo de la factura de la luz depende de la cantidad de kilowatts por hora consumidos".
- En un gráfico, si a dos valores distintos de la variable x les corresponde el mismo valor de la variable y , ¿corresponde a una función?
- ¿En cuál de los ejes se representa la variable independiente?

18. Funciones

6. Lean atentamente y resuelvan.

En la ciudad de Buenos Aires un taxi cobra \$60 al momento de iniciar el viaje y \$6 por cada 200 metros recorridos.

a. Completen la tabla con los costos de algunos viajes, dependiendo del recorrido realizado.

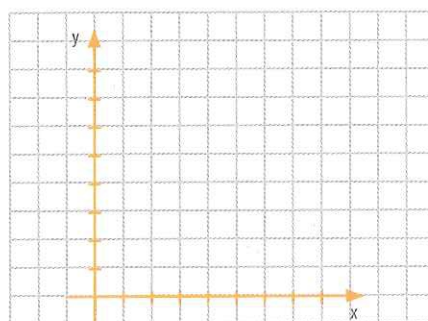
Recorrido (km)	1	2	3	7			
Costo (\$)	90				360	510	660

b. Representen los datos de la tabla en el sistema de ejes cartesianos.

c. Compartan el gráfico con sus compañeros. ¿Todos lo hicieron igual? ¿Qué diferencias y similitudes encuentran?

d. ¿Es correcto unir los puntos del gráfico? Expliquen cómo lo pensaron.

e. La relación entre el recorrido y el costo, ¿es una función? ¿Por qué?



7. Observen y resuelvan.

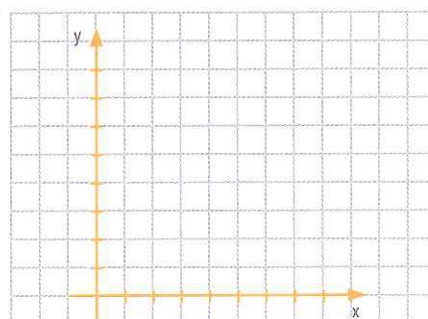
Joaquín plantó un árbol en el patio de su casa y una vez al año lo mide y anota su altura en una tabla como la siguiente.

Tiempo desde que se plantó (años)	0	1	2	3	4	5	6	7
Medida (cm)	150	350	500	600	650	700	800	850

a. Representen los valores de la tabla en el sistema de ejes cartesianos.

b. ¿Se pueden unir los puntos? ¿Por qué?

c. La relación tiempo-altura, ¿es una función? Expliquen su respuesta.



8. Resuelvan.

Con una soga de 16 cm se forman rectángulos.

a. Completen la tabla y vuelquen los resultados en un sistema de ejes cartesianos en la carpeta.

Base (cm)	1		3,5	
Altura (cm)	7	6		3

b. La relación entre la altura del rectángulo y su base, ¿es una función?

19. Función de proporcionalidad directa

► SABERES DINÁMICOS

Dos variables son **directamente proporcionales** cuando el cociente entre las cantidades que se corresponden es constante. El número que se obtiene al dividir las cantidades se denomina **constante de proporcionalidad** (k).

La cantidad de ruedas totales es directamente proporcional a la cantidad de bicicletas.

x: cantidad de bicicletas	y: cantidad de ruedas
1	2
2	4
5	10

$$2 : 1 = 2$$

$$4 : 2 = 2 \quad k = 2, \text{ es la constante de proporcionalidad}$$

$$10 : 5 = 2$$

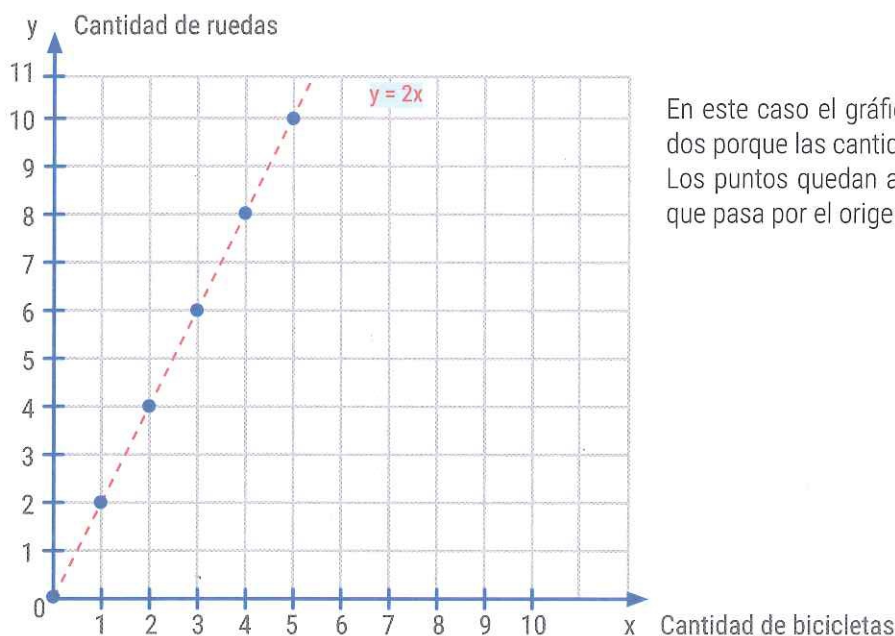
Lenguaje coloquial

El cociente entre dos cantidades correspondientes es igual a 2.

Lenguaje simbólico

$y : x = 2$, entonces: $y = 2 \cdot x$ (fórmula de la función)

La **representación gráfica** de cantidades directamente proporcionales da como resultado una **recta** que pasa por el origen de coordenadas.



En este caso el gráfico es de puntos aislados porque las cantidades son enteras. Los puntos quedan alineados en una recta que pasa por el origen de coordenadas.

TEST DE COMPRENSIÓN

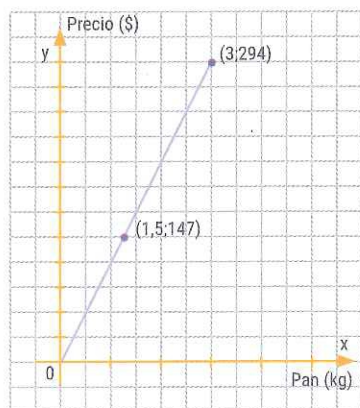
1. Respondan y expliquen las respuestas.

- ¿Es posible decir si una función es de proporcionalidad directa solo observando el gráfico? Explica tu respuesta.
- Si los valores de las dos variables aumentan, ¿se puede decir que son directamente proporcionales?
- ¿Cómo se puede averiguar la constante de proporcionalidad en cualquier relación de proporcionalidad directa?

19. Función de proporcionalidad directa

9. Observen y respondan.

El gráfico muestra el precio que se paga por la cantidad de pan (en kg) que se compra.



a. ¿Cuánto cuesta el kilo de pan?

b. Las variables, ¿se relacionan de forma directamente proporcional? Si la respuesta es afirmativa, escriban la constante de proporcionalidad. Si es negativa, expliquen por qué.

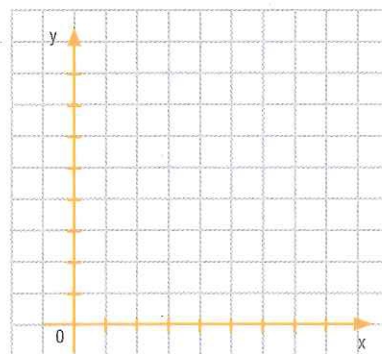
10. Lean atentamente y resuelvan.

a. María tiene una receta para hacer alfajores de maicena. Sabe que para 30 alfajorcitos necesita 300 gramos de maicena. Completen la tabla.

Cantidad de alfajores	30	15		20	50	
Cantidad de maicena (gramos)	300		100			550

b. La relación "cantidad de alfajores"/"cantidad de maicena (en gramos)" ¿es una función de proporcionalidad directa? ¿Por qué?

c. Escriban la fórmula y realicen el gráfico de la función.



11. Indiquen cuál o cuáles de las siguientes tablas pueden pertenecer a una función de proporcionalidad directa. Expliquen sus respuestas.

a.

x	y
6	30
12	60
4	20
1	5
5	25

b.

x	y
1	2
2	4
3	6
4	12
5	24

c.

x	y
5	1
10	2
15	3
20	4
25	5

d.

x	y
2	1
4	2
6	6
8	8
10	10

20. Función de proporcionalidad inversa

► SABERES DINÁMICOS

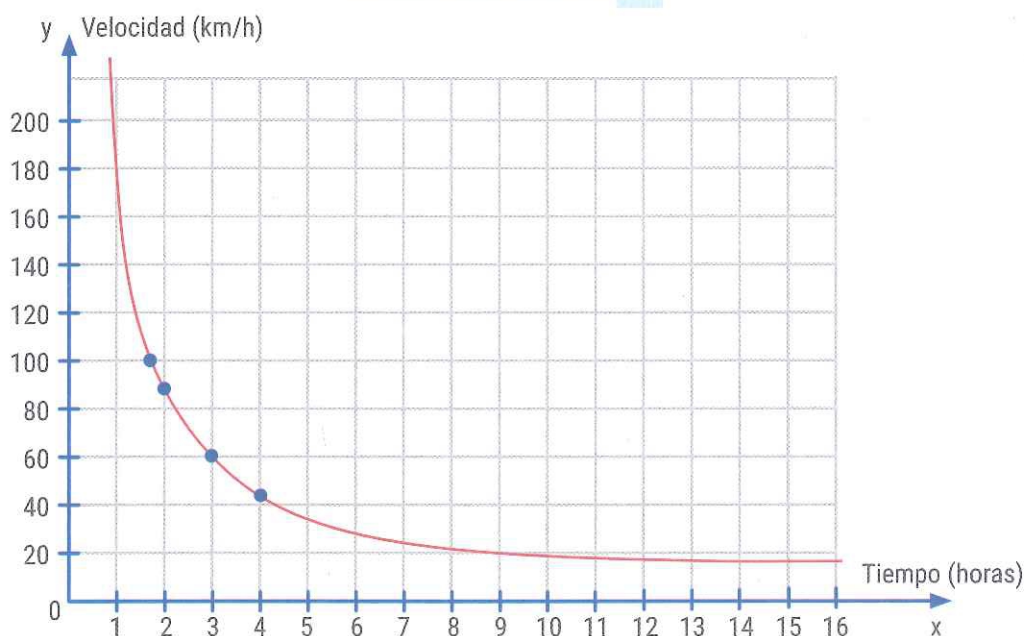
Dos variables se relacionan de forma **inversamente proporcional** cuando el producto entre los valores que se corresponden es constante. A ese producto se lo llama **constante de proporcionalidad (k)**.

Un automóvil se desplaza a una velocidad constante. El tiempo que tarda en recorrer una determinada distancia es inversamente proporcional a la velocidad en que se desplaza.

Tiempo (horas)	Velocidad (km/h)	
1,8	100	$1,8 \cdot 100 = 180$
2	90	$2 \cdot 90 = 180$
3	60	$3 \cdot 60 = 180$
4	45	$4 \cdot 45 = 180$

El producto entre dos cantidades correspondientes es 180, entonces $k = 180$ es la constante de proporcionalidad inversa.

$$y \cdot x = 180, \text{ entonces: } y = \frac{180}{x}$$



Cuando los valores de una variable aumentan, los de la otra disminuyen en la misma proporción. La representación gráfica es una curva llamada **hipérbola**.

TEST DE COMPRENSIÓN

1. Respondan y expliquen las respuestas.

a. En una función de proporcionalidad inversa, si una variable aumenta el triple, ¿qué sucede con la otra?

b. En una función de proporcionalidad inversa: $y = \frac{60}{x}$. Si $y = 2$, ¿cuánto vale x ?

c. ¿Cómo se puede averiguar la constante de proporcionalidad en cualquier relación de proporcionalidad inversa?

20. Función de proporcionalidad inversa

12. Escriban tres ejemplos de relaciones inversamente proporcionales.

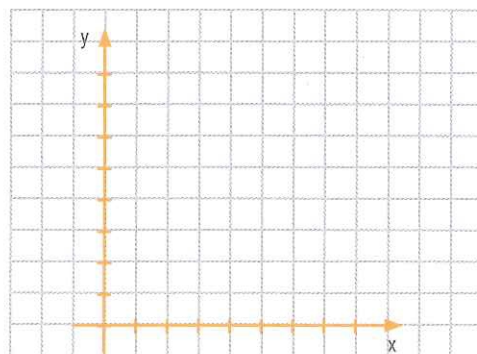
13. Lean atentamente y resuelvan.

Para llenar una pileta se utiliza una manguera de la que sale un flujo constante de agua. Esta manguera tarda 8 horas en llenar la pileta. Como necesitan llenarla más rápido, le agregan mangueras cuyo caudal es igual a la primera.

a. Completen la tabla.

Tiempo que tarda en llenarse (horas)	8		
Cantidad de mangueras	1	2	5

b. La relación anterior, ¿es de proporcionalidad inversa?
Si la respuesta es afirmativa, indiquen la fórmula.
Si es negativa, expliquen por qué.



c. Realicen un gráfico de la situación.

14. Indiquen cuál o cuáles de las siguientes tablas pueden pertenecer a una función de proporcionalidad inversa. Hallen las constantes de proporcionalidad en cada caso.

a.

x	y
1	5
2	4
3	3
4	2
5	1

b.

x	y
2	30
4	15
6	10
8	7,5
10	6

c.

x	y
60	2
30	4
20	6
10	12
5	24

d.

x	y
10	3
3	10
15	2
5	4
6	5

15. Lean atentamente, observen y respondan.

Diego y Bianca participaron de una carrera de 40 km. Durante el trayecto, Diego comenzó rápido, se detuvo a descansar 90 minutos y luego siguió su marcha hasta el final. Bianca comenzó lentamente, luego aceleró su marcha y hacia el final disminuyó su velocidad. El gráfico muestra la distancia recorrida por los corredores a medida que pasa el tiempo.



- ¿Cuál es la curva que corresponde a cada corredor? Expliquen cómo lo pensaron.
- ¿Cuál de los dos completó primero los 40 km? ¿Cómo se dieron cuenta?
- ¿Cómo pueden explicar la intersección de ambas curvas en el gráfico?
- La relación tiempo/distancia recorrida de cada corredor, ¿es una función? ¿Por qué?

16. Escriban tres ejemplos de relaciones funcionales de la realidad.

17. Construyan un gráfico que muestre el tiempo que les lleva llegar a la escuela desde su casa, en relación a la distancia.

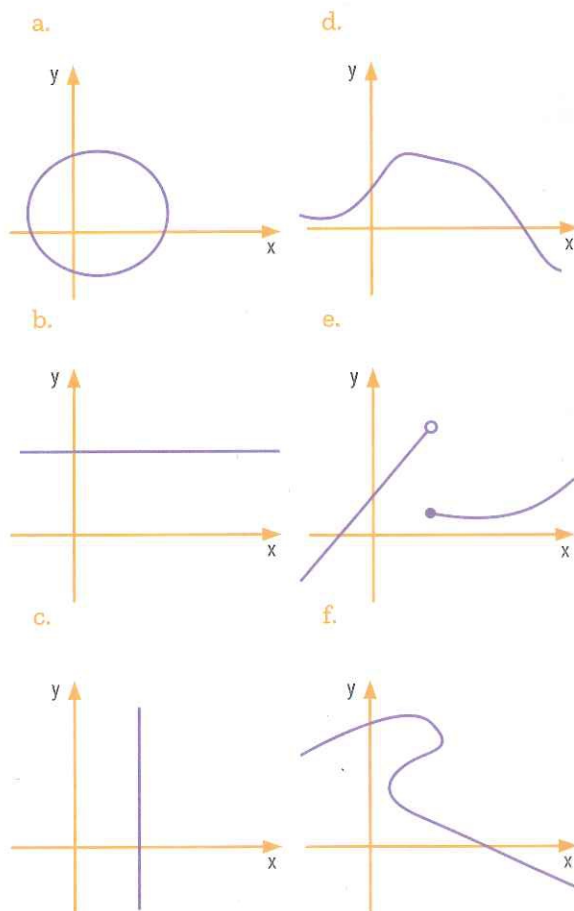
El tiempo puede estar en minutos y la distancia la pueden medir en cantidad de cuadras.

18. Lean atentamente y respondan.

Martín hizo un experimento en su casa y lo escribió para la clase de Química:

"Saqué del fuego una cacerola con agua hirviendo y enseguida le puse el termómetro. Al principio la temperatura del agua bajó rápido: en 5 minutos pasó de 100 °C a 70 °C. Luego, se fue enfriando más lentamente y a los 20 minutos estaba en 40 °C. Media hora más tarde, la temperatura del agua era de 15 °C".

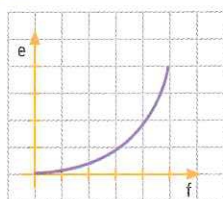
- Construyan un gráfico que represente la temperatura del agua (en °C) en función del tiempo transcurrido (en minutos).
 - Comparen el gráfico que hicieron con el de un compañero. ¿Son iguales? ¿Son los dos correctos? ¿Por qué?
19. Decidan cuál o cuáles de los siguientes gráficos pueden pertenecer a una función. Expliquen sus respuestas.



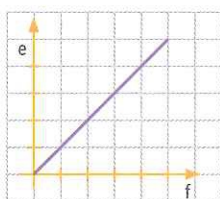
20. Lean atentamente y escriban la letra del gráfico que corresponde a cada persona. Expliquen cómo lo pensaron.

Los gráficos corresponden al ritmo que han seguido cuatro personas en un determinado tramo de una carrera. En el "eje x" se representa el tiempo, y en el "eje y", el espacio recorrido.

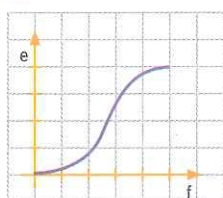
a.



c.



b.



d.



- Julián: comenzó con mucha velocidad y luego fue cada vez más despacio. ☐
- María: empezó lentamente y fue aumentando gradualmente su velocidad. ☐
- Lucas: empezó lentamente, luego aumentó mucho su velocidad y después fue frenando poco a poco. ☐
- Josefina: mantuvo un ritmo constante. ☐

21. Lean atentamente y respondan.

La factura de gas domiciliario está compuesta por un cargo fijo y uno variable. Para clientes residenciales el costo del gas natural es de \$234 el cargo fijo, más \$10,50 por metro cúbico consumido.

- a. ¿Cuánto debe pagar una familia que consumió 230 m³ en un mes? ¿Y una que consumió 190 m³?
- b. Realicen un gráfico de la situación.
- c. La relación "costo"/"metros cúbicos consumidos" ¿es una función de proporcionalidad directa? Expliquen su respuesta.

22. Resuelvan.

Para preparar 3 kilos de pan casero son necesarios 2,5 kilos de harina.

- a. ¿Cuánto kilos de harina se deben comprar para hacer 15 kilos de pan?
- b. Las variables ¿se relacionan de forma directa o inversamente proporcional?
- c. Realicen un gráfico de la situación.

23. Lean atentamente y resuelvan.

Un rectángulo tiene 10 metros de base y 7 metros de altura.

- a. Completen la tabla con las medidas de base y altura de otros rectángulos que tengan igual área que el primero.

Base (metros)	Altura (metros)
8	
	14
4	

- b. Grafiquen en un sistema de ejes cartesianos.
- c. La relación base/altura ¿es una función de proporcionalidad inversa?

24. Resuelvan.

Para envasar una determinada cantidad de aceite son necesarios 8 envases de 20 litros cada uno.

- a. ¿Cuántos envases de 5 litros cada uno son necesarios para envasar la misma cantidad de aceite?
- b. Las variables ¿se relacionan de forma directa o inversamente proporcional?
- c. Completen una tabla y realicen un gráfico de la situación.

21. Clasificación de los cuerpos

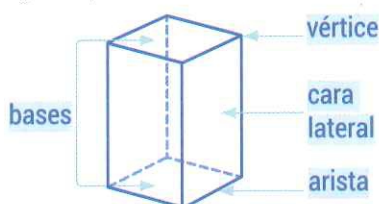
► SABERES DINÁMICOS

Un **cuerpo geométrico** o sólido es un elemento geométrico que tiene tres dimensiones: largo, ancho y alto (o profundidad), que ocupa un lugar en el espacio y, por lo tanto, tiene volumen.

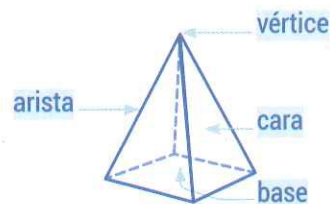
Los cuerpos se clasifican según las características de sus caras en **poliedros** (si tienen todas sus caras planas) y **cuerpos redondos** (si tienen al menos una cara curva).

CUERPOS POLIEDROS

PRISMA: sus caras laterales son paralelogramos y sus bases, polígonos paralelos.

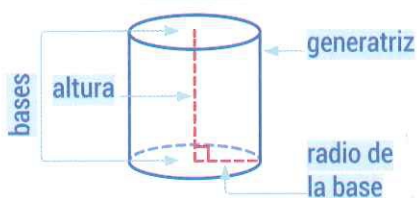


PIRÁMIDE: todas sus caras concurren en un vértice, excepto una que es la base.

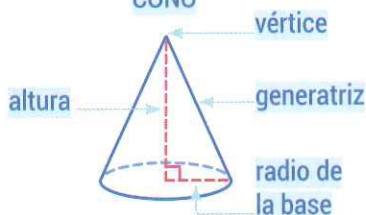


CUERPOS REDONDOS

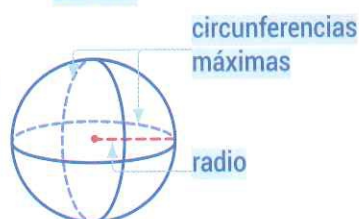
CILINDRO



CONO



ESFERA



Áreas dinámicas [Matemática y Ciencias Naturales]

En la naturaleza se pueden encontrar muchos de los cuerpos poliedros. Hay seres vivos con forma de poliedro como los radiolarios, un tipo de protozoos. El virus del HIV está compuesto por unidades básicas de proteínas que se unen en forma de icosaedro, estructura que hace muy eficaz la transmisión de este virus. Los herpes, virus causantes de diversas infecciones cutáneas en los seres humanos, tienen una estructura icosaédrica. Los silicatos, que forman parte de la mayoría de las rocas, arenas y arcillas, están compuestos por silicio y oxígeno que se coordinan en una estructura tetraédrica.

TEST DE COMPRENSIÓN

1. Respondan y expliquen las respuestas.
 - a. ¿Es cierto que el cuadrado es un poliedro?
 - b. Los cuerpos redondos, ¿tienen todas sus caras curvas?
 - c. Clasifiquen en una tabla los cuerpos según su base: si es poligonal, si es circular o si no tiene.

21. Clasificación de los cuerpos

1. Clasifiquen en poliedros o redondos cada uno de los cuerpos que aparecen en la siguiente imagen. Para los cuerpos poliedros, indiquen la cantidad y la forma de sus caras.

a.



c.



e.



g.



b.



d.



f.



h.



2. Mencionen dos objetos con forma de cuerpos poliedros y cuatro con forma de cuerpos redondos. Por ejemplo, un paquete de harina tiene forma de poliedro, mientras que una lata de duraznos, de un cuerpo redondo.

3. Escriban V (verdadero) o F (falso). Expliquen las respuestas.

a. Un cubo tiene en total cuatro caras.

☐

e. Los prismas tienen dos bases.

☐

b. Un prisma cuadrangular tiene seis vértices.

☐

f. En los prismas todas las caras laterales son triángulos.

☐

c. Las caras de una pirámide son cuadradas.

☐

g. Las pirámides tienen caras cuadradas.

☐

d. Un cubo tiene doce aristas.

☐

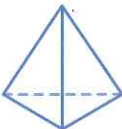
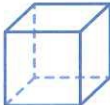
h. Los conos tienen base cuadrangular.

☐

22. Poliedros regulares

► SABERES DINÁMICOS

Los **poliedros regulares** son aquellos en los que todas sus caras son polígonos regulares iguales.

POLIEDROS REGULARES	NOMBRE	CANTIDAD DE CARAS	FORMA DE LAS CARAS
	Tetraedro	4	Triángulos equiláteros iguales.
	Cubo o hexaedro	6	Cuadrados iguales.
	Octaedro	8	Triángulos equiláteros iguales.
	Dodecaedro	12	Pentágonos regulares iguales.
	Icosaedro	20	Triángulos equiláteros iguales.

La siguiente es una relación muy importante.

Relación de Euler: **en todo poliedro se verifica que**

$$C + V = A + 2$$

C: cantidad de caras
 V: cantidad de vértices
 A: cantidad de aristas

Dinámica TConecta

Ingresa en puerto.pub/euler* para conocer más sobre la relación de Euler.

* Enlace acortado de https://youtu.be/BYPw_pd-xFo

TEST DE COMPRENSIÓN

- Respondan y expliquen las respuestas.
 - ¿Todo prisma de 6 caras es regular?
 - Una pirámide de base triangular, ¿es un tetraedro?
 - ¿Es cierto que un dodecaedro tiene 12 caras, 20 vértices y 20 aristas?
 - Analicen si la relación de Euler se cumple solo en los poliedros regulares o en todos los poliedros.

22. Poliedros regulares

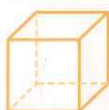
4. Unan con flechas cada cuerpo con sus características.

- | | |
|---------------|--|
| a. Cubo | • 4 caras triangulares, 4 vértices y 6 aristas. |
| b. Icosaedro | • 20 caras triangulares, 12 vértices y 30 aristas. |
| c. Tetraedro | • 8 caras triangulares, 6 vértices y 12 aristas. |
| d. Dodecaedro | • 12 caras pentagonales, 20 vértices y 30 aristas. |
| e. Octaedro | • 6 caras cuadradas, 8 vértices y 12 aristas. |



5. Reúnanse en grupos y verifiquen la relación de Euler en cada uno de los siguientes cuerpos. Antes de empezar, organicen cómo realizarán la actividad: si todos juntos analizan cada cuerpo, o bien, si cada uno analiza un cuerpo distinto y luego comparten los resultados obtenidos.

a. Cubo



b. Dodecaedro



c. Icosaedro



d. Tetraedro



e. Octaedro



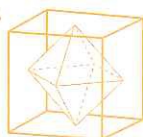
DinámicaMente

Observen los siguientes diseños y analicen qué poliedros aparecen dibujados en cada uno.

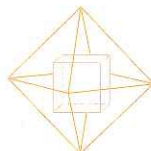
a.



b.



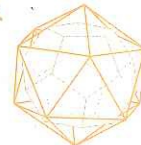
c.



d.



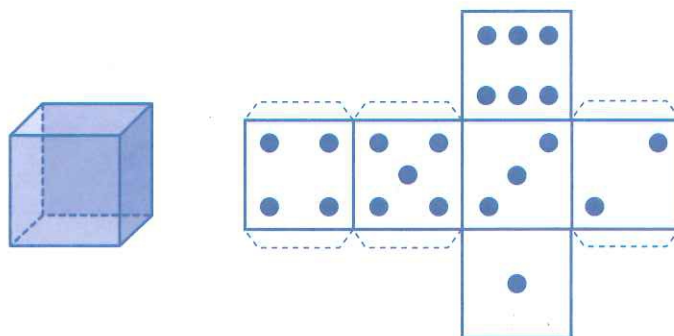
e.



23. Desarrollo plano de los cuerpos

► SABERES DINÁMICOS

La siguiente estructura se corresponde con un dado de juegos desplegado. A este tipo de dibujo se lo denomina **desarrollo plano de un cuerpo**.

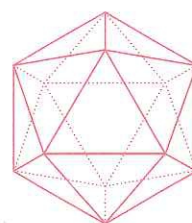
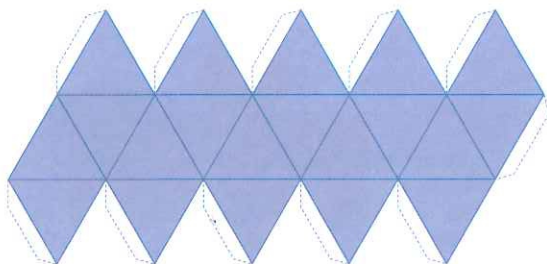
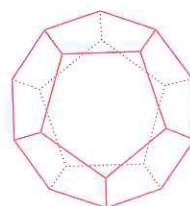
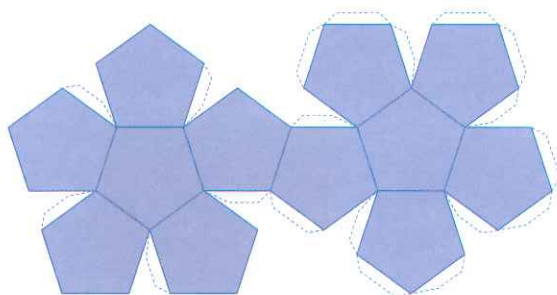


El desarrollo plano de un cuerpo permite conocer las figuras que lo forman, calcular su superficie total y construirlo.

Por ejemplo, si la longitud de la arista (a) del dado es de 2 cm, entonces el área total del dado será:

$$6 \cdot a^2 = 6 \cdot (2 \text{ cm})^2 = 24 \text{ cm}^2$$

Doblando las solapas y uniendo las caras se pueden construir un dodecaedro y un icosaedro.



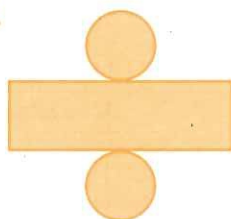
TEST DE COMPRENSIÓN

1. Respondan y expliquen sus respuestas.
 - a. El desarrollo plano de un prisma, ¿puede incluir pentágonos?
 - b. El desarrollo plano de un cilindro, ¿incluye un rectángulo?
 - c. ¿Cuántos triángulos equiláteros tiene el desarrollo plano de un octaedro?
 - d. El desarrollo de un cubo, ¿puede tener 6 cuadrados ubicados en una fila, uno al lado del otro?

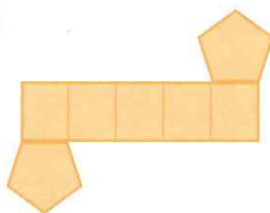
23. Desarrollo plano de los cuerpos

6. Escriban el nombre del cuerpo que corresponde a cada desarrollo plano. Luego, indiquen qué forma tienen sus caras laterales y sus bases.

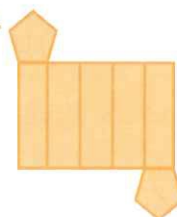
a.



b.

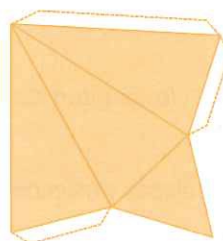


c.

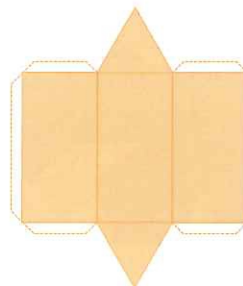


7. Unan cada cuerpo con su correspondiente desarrollo plano. Luego, elijan uno de ellos y constrúyanlo sobre cartulina. Describan paso por paso cómo hicieron para realizar la construcción.

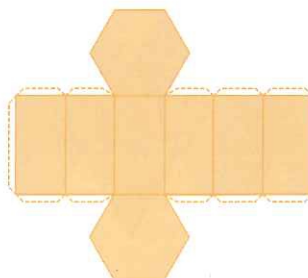
a. Prisma hexagonal



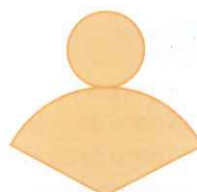
b. Cono



c. Prisma triangular

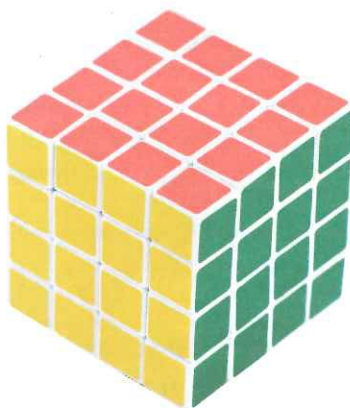


d. Pirámide triangular



23. Desarrollo plano de los cuerpos

8. Observen el siguiente cubo que está formado por cubos pequeños iguales.

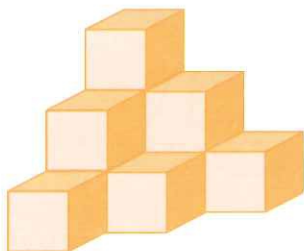


a. ¿Cuántos cubos pequeños iguales forman el cubo grande?

b. ¿Cuántas caras cuadradas hay en total entre las dos bases?

c. Si cada cubito tiene un volumen de 2 cm^3 , ¿cuál es el volumen total del cubo grande?

d. Para armar la siguiente forma, ¿cuántos cubitos deberíamos sacarle al cubo grande?



9. Organícense en grupos, analicen la siguiente situación y resuelvan.

Se dispone de un galpón con forma de prisma rectangular de 4 metros de ancho, 7 metros de largo y 3 metros de alto. Marquen con una **X** la cantidad de fardos que se pueden guardar como máximo.



a. 112

b. 42

c. 168

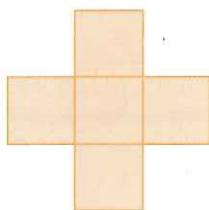
d. 84

☐
☐
☐
☐

23. Desarrollo plano de los cuerpos

10. Agreguen las figuras que faltan para poder armar los poliedros.

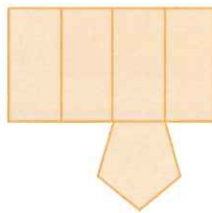
a. Cubo.



b. Prisma de base triangular.



c. Prisma de base pentagonal.



11. Marquen con una X la respuesta correcta.

a. ¿Qué ven si observan desde arriba el siguiente cuerpo geométrico?



• Un cuadrado. ☐

• Un triángulo. ☐

• Un círculo. ☐

• Un rectángulo. ☐

b. ¿Qué figura corresponde a la vista de un lado del siguiente cuerpo?



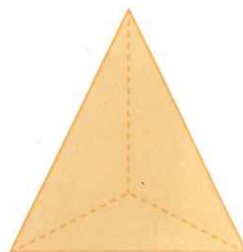
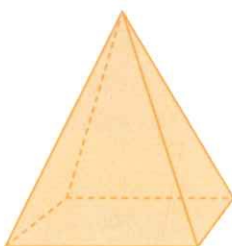
• Un triángulo. ☐

• Un pentágono. ☐

• Un hexágono. ☐

• Un rectángulo. ☐

c. ¿En cuál de los siguientes cuerpos geométricos, si se mira desde arriba o de frente, se observa la misma figura?

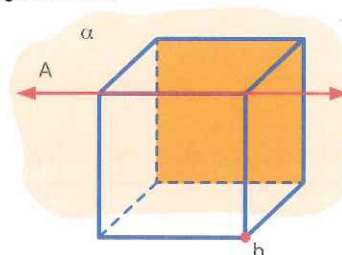


24. Punto, recta y plano

► SABERES DINÁMICOS

Plano, recta y punto son los tres elementos fundamentales de la geometría.

Cada cara del cubo representa una porción del plano, las aristas son segmentos de rectas y los vértices son los puntos donde concurren tres o más aristas.



Acordamos la siguiente convención para nombrar los elementos fundamentales de la geometría:

- **Planos:** con letras del alfabeto griego. Por ejemplo: α , β , γ .
- **Rectas:** con letras impresas mayúsculas. Por ejemplo: A, B, C.
- **Puntos:** letras impresas minúsculas. Por ejemplo: a, b, c.

Dos rectas son **coplanares** cuando están incluidas en el mismo plano, y dos rectas son **alabeadas** cuando no están incluidas en el mismo plano y no tienen puntos en común. Las **rectas coplanares** se clasifican según su posición en **secantes** y **paralelas**.

Rectas coplanares

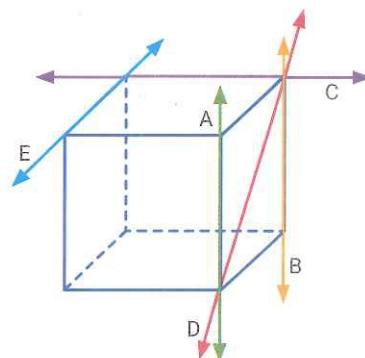
Secantes: tienen un punto en común.

Paralelas: no tienen puntos en común.

Perpendiculares:

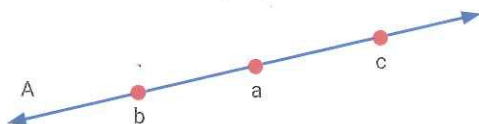
se intersecan formando cuatro ángulos rectos.

Oblicuas



A, B y D son coplanares. A y B son paralelas. C y E son perpendiculares. A y D son oblicuas. D y E son alabeadas.

Para nombrar los **segmentos** y las **semirrectas** se deben tener en cuenta dos puntos.



$\overline{ba}$: segmento ba.

$\overrightarrow{bc}$: semirrecta de origen b que contiene al punto c.

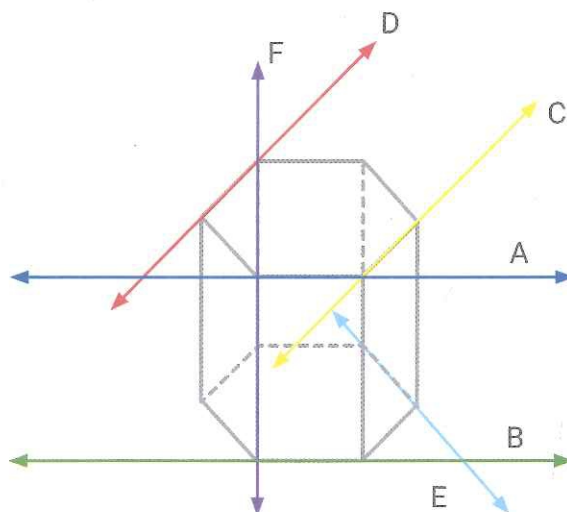
TEST DE COMPRENSIÓN

1. Respondan y expliquen sus respuestas.

- ¿Cuántos puntos determinan una recta? ¿Y una semirrecta?
- ¿Cuántos puntos no alineados determinan un único plano?
- Dos rectas que no se cortan en ningún punto, ¿siempre son paralelas?

24. Punto, recta y plano

12. Observen la figura y escriban V (verdadero) o F (falso), según corresponda. Expliquen la elección.



a. Las rectas A y B son perpendiculares.

☐

b. Las rectas C y D son paralelas.

☐

c. Las rectas C y E son perpendiculares.

☐

d. La recta F es perpendicular a la recta B.

☐

e. Las rectas B y E son oblicuas.

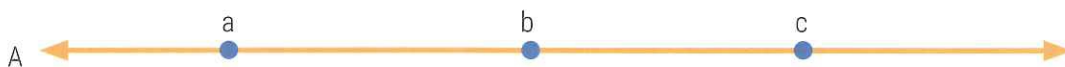
☐

f. La recta F pertenece a más de un plano.

☐

13. En el prisma de la actividad anterior, pinten con un mismo color dos planos paralelos. ¿Es posible pintar dos planos perpendiculares?

14. Completen los espacios vacíos.



a. es la semirrecta de origen a que contiene al punto b.

b. $\overrightarrow{ac}$ es la misma semirrecta que .

c. Las semirrectas y tienen origen en el punto b.

15. Observen la siguiente imagen y completen.



a. La caja se corresponde con el cuerpo geométrico

de base .

b. El prisma es un cuerpo y no redondo.

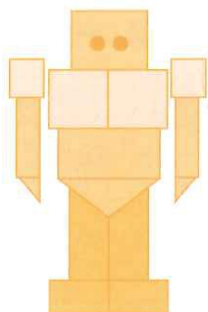
c. La caja contiene pelotas que son cuerpos

llamados .

d. Las caras de la caja son de forma .

e. Las pelotas contienen dos tipos de figuras planas que son y .

16. Marquen con una X los cuerpos geométricos que necesitarían para darle forma tridimensional a este robot. Luego, indiquen qué cantidad de cada uno de esos cuerpos necesitan.



• Pirámides de base cuadrangular. ☐

• Cubos. ☐

• Cilindros. ☐

• Esferas. ☐

• Prismas de base rectangular. ☐

• Octaedros. ☐

• Prismas de base triangular. ☐

17. Escriban V (verdadero) o F (falso). Expliquen sus respuestas.

a. Un prisma de base hexagonal tiene en total cuatro caras. ☐

b. Un prisma cuadrangular tiene ocho vértices. ☐

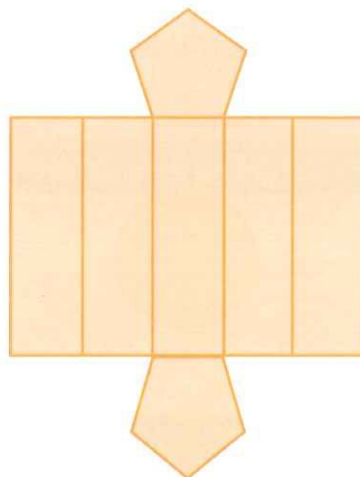
c. Las caras de un tetraedro son cuadradas. ☐

d. Un prisma tiene doce aristas. ☐

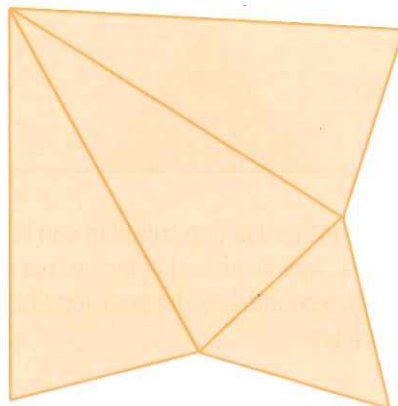
e. Los conos tienen dos bases. ☐

18. Escriban el nombre del cuerpo que representa cada desarrollo plano. Verifiquen la relación de Euler.

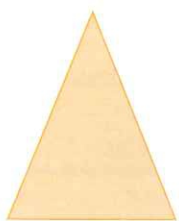
a.



b.

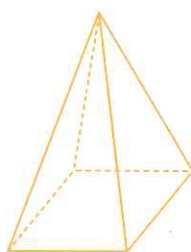


19. La siguiente imagen es un cuerpo geométrico visto de frente. Marquen con una **X** a cuál o cuáles cuerpos puede corresponder.



- Pirámide.
- Cono.
- Prisma de base pentagonal.
- Cubo.
- Prisma de base triangular.

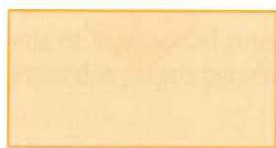
20. Observen el cuerpo geométrico y marquen con una **X** cuál de las figuras corresponde a la vista de arriba.



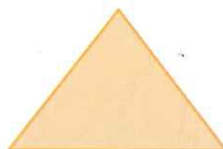
a.


☐

b.

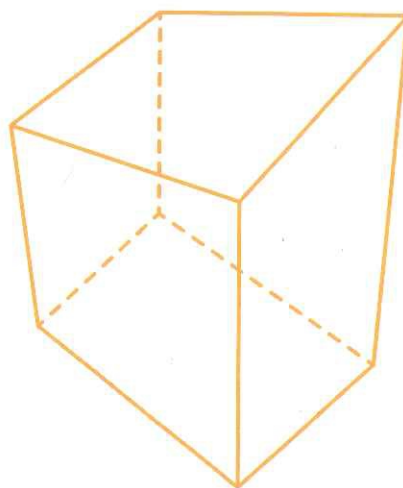

☐

c.

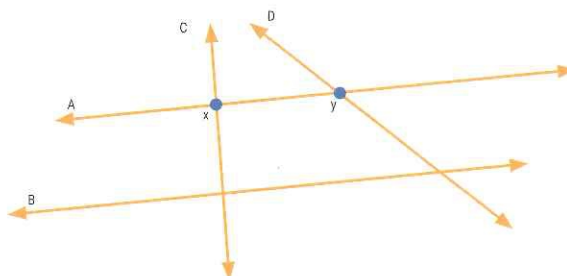

☐

21. Dibujen dos rectas que cumplan con la siguiente condición: "que dividan al plano en tres regiones". Luego, respondan: ¿qué posición tienen las rectas entre sí?

22. Tracen en el siguiente cuerpo con color rojo dos rectas paralelas; con azul, dos rectas perpendiculares y con verde, dos rectas alabeadas. Luego, marquen con una **X** dos planos paralelos y marquen un punto que sea vértice.



23. Observen el siguiente esquema y luego completen con **//** (paralelas), **⊥** (perpendiculares) u **∟** (oblicuas), según corresponda.



- a. A ☐ B
- b. B ☐ D
- c. C ☐ D
- d. A ☐ C
- e. C ☐ B

24. Tengan en cuenta la actividad anterior e indiquen qué rectas se intersectan en el punto "x" y qué rectas se intersectan en el punto "y".

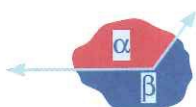
5

Ángulos

25. Ángulos. Sistema sexagesimal y operaciones

► SABERES DINÁMICOS

Un **ángulo** es la región del plano determinada por dos semirrectas de origen común.



El plano queda dividido en dos ángulos.

Un ángulo es **cóncavo** ($\hat{\beta}$) cuando su medida es mayor a 180° y menor a 360° ; si no, es **convexo** ($\hat{\alpha}$).

Los ángulos se pueden medir en el sistema sexagesimal. El **sistema sexagesimal** es un sistema de numeración posicional que emplea como base el número 60.

1° (un grado) = $60'$ (sesenta minutos) $1'$ (un minuto) = $60''$ (sesenta segundos)

Operaciones con los ángulos

Adición de dos ángulos	Sustracción de dos ángulos
$ \begin{array}{r} 63^\circ \ 25' \ 32'' \\ + \ 22^\circ \ 18' \ 45'' \\ \hline 85^\circ \ 43' \ 77'' \quad (60'' + 17'') \\ + \ 1' \ 60'' \quad 1' \\ \hline 85^\circ \ 44' \ 17'' \end{array} $	$ \begin{array}{r} 24' \ 92'' \\ 63^\circ \ 25' \ 32'' \quad (60'' + 32'') \\ - \ 22^\circ \ 18' \ 45'' \\ \hline 41^\circ \ 6' \ 47'' \end{array} $
Multiplicación de un ángulo por un número natural	División de un ángulo por un número natural
$ \begin{array}{r} 15^\circ \ 32' \ 21'' \\ \cdot 3 \\ \hline 45^\circ \ 96' \ 63'' \\ + \ 1' \ 60'' \\ \hline 45^\circ \ 97' \ 3'' \\ + \ 1^\circ \ 60' \\ \hline 46^\circ \ 37' \ 3'' \end{array} $	$ \begin{array}{r} 34^\circ \ 12' \ 36'' \quad 3 \\ - \ 33^\circ \quad \quad \quad 11^\circ \ 24' \ 12'' \\ \hline 1^\circ \ 60' \\ - \ 72' \\ \hline 72' \ 36'' \\ - \ 72' \ 36'' \\ \hline 0' \quad 0'' \end{array} $

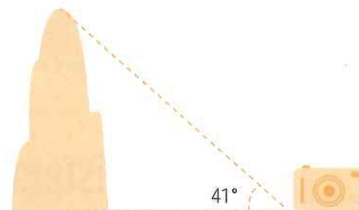
TEST DE COMPRENSIÓN

- Respondan y expliquen sus respuestas.
 - ¿Cuánto mide la mitad de un ángulo de 45° ?
 - La suma entre $25^\circ \ 14' \ 32''$ y $64^\circ \ 45' \ 28''$ ¿es un ángulo de 90° ?
 - ¿Cuántos segundos tiene un ángulo de $15^\circ \ 25' \ 56''$? Expliquen cómo lo calcularon.

25. Ángulos. Sistema sexagesimal y operaciones

1. Analicen la siguiente situación problemática y respondan.

Un ingeniero se ubica a cierta distancia de un cerro, mide el ángulo que hay hasta la cima con un teodolito y obtiene 41° . Si se acerca unos metros, la medida del nuevo ángulo, ¿será mayor o menor que la anterior?



2. Marquen con un círculo del mismo color las medidas que son equivalentes.

$4^\circ 30'$	$10800''$	$155'$	32°	90°
$9300''$	$89^\circ 59' 60''$	$270'$	$115200''$	3°

3. Completen los espacios vacíos con la medida que corresponde.

a. $85^\circ + \square = 180^\circ$	c. $\square + 148^\circ = 180^\circ$	e. $\square + 53^\circ 44' 14'' = 90^\circ$
b. $72^\circ + \square = 90^\circ$	d. $45^\circ 15' + \square = 180^\circ$	f. $89^\circ 21' 15'' + 0^\circ 38' 45'' = \square$

4. Resuelvan las siguientes operaciones entre ángulos en sus carpetas. Escriban los resultados obtenidos.

a. $90^\circ + 3 \cdot 41^\circ 32' 13'' =$	_____
b. $242^\circ 26' 48'' : 2 - 88^\circ 30'' =$	_____
c. $(37^\circ 41' 42'' + 63^\circ 15' 6'') : 4 =$	_____

5. Unan con flechas cada expresión con su cálculo y su resultado.

a. La suma entre el doble de 75° y $23^\circ 32' 13''$.	• $45^\circ 7' 19'' : 3 - 23^\circ$	• $173^\circ 32' 13''$
b. La diferencia entre el triple $45^\circ 7' 19''$ y 23° .	• $30^\circ + 34^\circ 28' : 2$	• $66^\circ 21' 57''$
c. El triple de la diferencia entre $45^\circ 7' 19''$ y 23° .	• $75^\circ : 2 + 23^\circ 32' 13''$	• $47^\circ 14'$
d. La suma entre $1800'$ y la mitad de $34^\circ 28'$.	• $3 \cdot (45^\circ 7' 19'' - 23^\circ)$	• $112^\circ 21' 57''$

DinámicaMente

Observen los siguientes instrumentos de medición e indiquen cuáles se utilizan para medir ángulos.

a. Regla



c. Compás



e. Inclínómetro



g. Sextante



b. Anemómetro



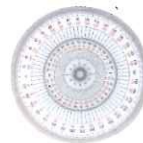
d. Goniómetro



f. Teodolito



h. Transportador



26. Clasificación de ángulos

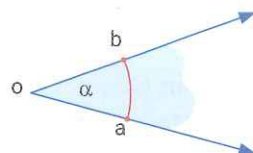
► SABERES DINÁMICOS

Para **nombrar un ángulo**, se pueden utilizar diferentes formas.

$\hat{a}ob$: se escribe el vértice en el medio y un punto que pertenezca a cada lado;

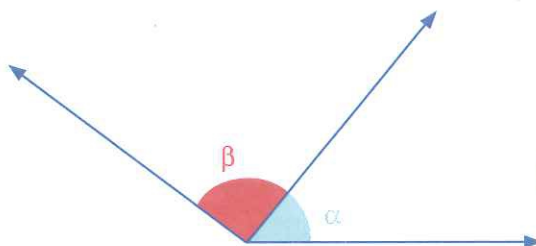
$\hat{o}$: se escribe solo el vértice;

$\hat{\alpha}$: se escribe una letra griega.



Los ángulos se clasifican según su amplitud			
Convexos	Nulo: $\hat{\alpha} = 0^\circ$	Agudo: $0^\circ < \hat{\alpha} < 90^\circ$	Recto: $\hat{\alpha} = 90^\circ$
	Obtuso: $90^\circ < \hat{\alpha} < 180^\circ$	Llano: $\hat{\alpha} = 180^\circ$	1 giro: $\hat{\alpha} = 360^\circ$
Cóncavos	$180^\circ < \hat{\alpha} < 360^\circ$		

Ángulos consecutivos: son los ángulos que tienen solo un vértice y un lado en común.



$\hat{\alpha}$ y $\hat{\beta}$ son consecutivos

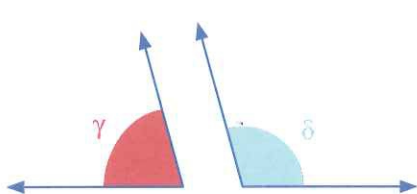
Ángulos complementarios: dos ángulos son complementarios cuando la suma de sus medidas es 90° .

$\hat{\alpha} + \hat{\beta} = 90^\circ \longrightarrow \hat{\alpha}$ y $\hat{\beta}$ son complementarios. $\longrightarrow$ Se dice que $\hat{\alpha}$ es el complemento de $\hat{\beta}$ y que $\hat{\beta}$ es el complemento de $\hat{\alpha}$.

Ángulos suplementarios: dos ángulos son suplementarios cuando la suma de sus medidas es 180° .

$\hat{\alpha} + \hat{\beta} = 180^\circ \longrightarrow \hat{\alpha}$ y $\hat{\beta}$ son suplementarios. $\longrightarrow$ Se dice que $\hat{\alpha}$ es el suplemento de $\hat{\beta}$ y que $\hat{\beta}$ es el suplemento de $\hat{\alpha}$.

Indiquen si los ángulos $\hat{\gamma}$ y $\hat{\delta}$ son consecutivos y suplementarios.



$$\hat{\gamma} = 56^\circ \text{ y } \hat{\delta} = 124^\circ.$$

$\hat{\gamma}$ y $\hat{\delta}$ no son consecutivos porque no tienen un vértice ni un lado en común.

$\hat{\gamma}$ y $\hat{\delta}$ son suplementarios porque $\hat{\gamma} + \hat{\delta} = 56^\circ + 124^\circ = 180^\circ$.

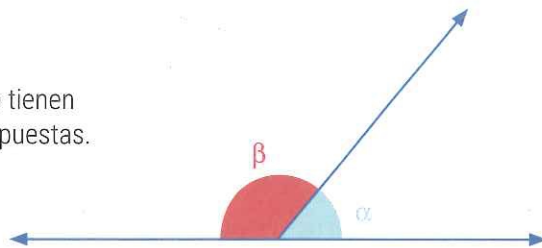
Áreas dinámicas [Matemática y Ciencias Naturales]

Las diferentes inclinaciones de los planetas con respecto al plano del Sistema Solar se miden con ángulos. Por ejemplo, el eje de la Tierra está inclinado 23° con respecto al plano del Sistema Solar. Esta inclinación es la causa de las diferentes estaciones (primavera, verano, otoño e invierno). El eje de Marte tiene una inclinación de 25° , muy próxima a la de la Tierra. Por esta razón, las estaciones en Marte son similares a las de nuestro planeta.

26. Clasificación de ángulos

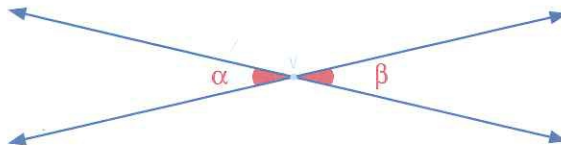
Ángulos adyacentes: dos ángulos son adyacentes cuando tienen un lado en común y los otros dos lados son semirrectas opuestas.

Por lo tanto, **dos ángulos son adyacentes, si son suplementarios y consecutivos.**



Ángulos opuestos por el vértice: dos ángulos son opuestos por el vértice cuando sus lados son semirrectas opuestas. Los ángulos opuestos por el vértice tienen la misma medida.

Si $\hat{\alpha} = 35^\circ$, entonces $\hat{\beta} = 35^\circ$.



Los siguientes son ejemplos de problemas que se pueden resolver usando la clasificación de ángulos.

a. Si $\hat{\alpha} = 27^\circ$, ¿cuánto mide $\hat{\beta}$?

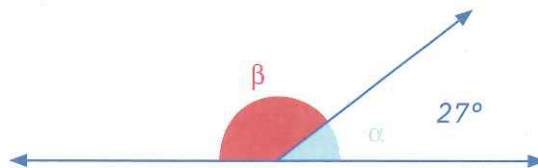
$\hat{\alpha}$ y $\hat{\beta}$ son adyacentes, por lo tanto suman 180° .

$$\hat{\alpha} + \hat{\beta} = 180^\circ$$

$$27^\circ + \hat{\beta} = 180^\circ$$

$$\hat{\beta} = 180^\circ - 27^\circ$$

$$\hat{\beta} = 153^\circ$$



b. ¿Cuánto miden los ángulos $\hat{\alpha}$ y $\hat{\beta}$?

Para encontrar la medida de los ángulos $\hat{\alpha}$ y $\hat{\beta}$, se igualan las expresiones de cada uno de los ángulos.

$\hat{\alpha}$ y $\hat{\beta}$ son ángulos opuestos por el vértice; miden lo mismo.

$$\hat{\alpha} = \hat{\beta}$$

$$2x + 8^\circ = 4x - 2^\circ$$

$$8^\circ + 2^\circ = 4x - 2x$$

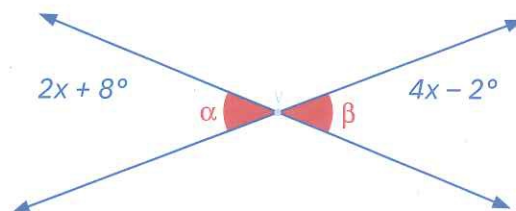
$$10^\circ = 2x$$

$$10^\circ : 2 = x$$

$$5^\circ = x$$

$$\hat{\alpha} = 2 \cdot 5^\circ + 8^\circ = 18^\circ$$

$$\hat{\beta} = 4 \cdot 5^\circ - 2^\circ = 18^\circ$$



Dinámica TConecta

Ingresa en puerto.pub/ancoad* para conocer más acerca de ángulos consecutivos y adyacentes.

*Enlace acortado de <https://www.geogebra.org/m/XHh4UbjV>

TEST DE COMPRENSIÓN

1. Respondan y expliquen sus respuestas.

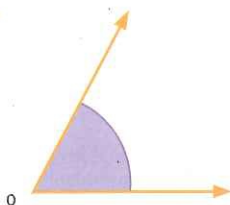
- Dos ángulos suplementarios, ¿pueden medir lo mismo?
- Dos ángulos complementarios, ¿siempre son agudos?
- Los ángulos adyacentes, ¿son siempre consecutivos?

d. Confeccionen una tabla con las características principales de los ángulos consecutivos, complementarios, suplementarios, adyacentes y opuestos por el vértice. Dibujen un ejemplo para cada caso.

26. Clasificación de ángulos

6. Midan con el transportador los siguientes ángulos y clasifíquenlos según su medida.

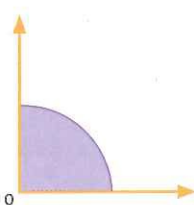
a.



Mede: _____

Es un ángulo: _____

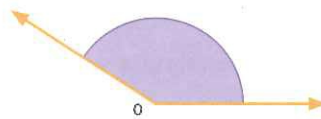
b.



Mede: _____

Es un ángulo: _____

c.



Mede: _____

Es un ángulo: _____

7. Dibujen en sus carpetas utilizando regla y transportador.

- Dos ángulos suplementarios que no sean consecutivos.
- Dos ángulos complementarios que sean consecutivos.
- Dos ángulos consecutivos que no sean ni complementarios ni suplementarios.
- Dos ángulos rectos que sean opuestos por el vértice.

8. Completen la tabla siempre y cuando sea posible. Cuando no lo sea, expliquen por qué.

Ángulo	Complemento del ángulo	Suplemento del ángulo
$125^{\circ} 15' 26''$		
	$37^{\circ} 18' 46''$	
		$87^{\circ} 27' 17''$
$35^{\circ} 44' 33''$		



9. Reúnanse en grupos y respondan. Utilicen gráficos, cuentas o ejemplos para responder.

a. ¿Cuál es el complemento de un ángulo que mide $15^{\circ} 15' 15''$?

b. ¿Cuál es el suplemento de la mitad de un ángulo recto?

c. ¿Cuál es el complemento de la tercera parte de un ángulo recto?

d. ¿Cuál es el suplemento del complemento de un ángulo de 34° ?

e. ¿Qué tipo de ángulo se obtiene si se calcula el suplemento de un ángulo obtuso?

26. Clasificación de ángulos



10. Organícense para trabajar de a dos y analicen la siguiente situación.

Si tres ángulos consecutivos forman un ángulo llano, uno de los ángulos mide 80° y otro, 30° , ¿cuánto mide el tercer ángulo? Señalen con una **X** la opción correcta.

a. 50° ☐

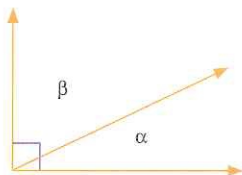
b. 70° ☐

c. 110° ☐

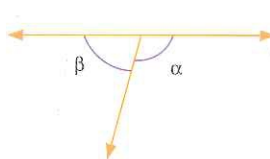
d. 180° ☐

11. Resuelvan en sus carpetas y luego completen.

a. $\hat{\alpha} = 3x + 35^\circ$
 $\hat{\beta} = 2x + 15^\circ$



b. $\hat{\alpha} = 3x - 15^\circ$
 $\hat{\beta} = 4x + 55^\circ$



$\hat{\alpha}$ y $\hat{\beta}$ son ángulos: _____

$\hat{\alpha}$ y $\hat{\beta}$ son ángulos: _____

$x =$ _____

$x =$ _____

$\hat{\alpha} =$ _____

$\hat{\alpha} =$ _____

$\hat{\beta} =$ _____

$\hat{\beta} =$ _____

Verificación:

$\hat{\alpha} + \hat{\beta} =$ _____

Verificación:

$\hat{\alpha} + \hat{\beta} =$ _____

12. Observen el gráfico y marquen con una **X las opciones correctas.**

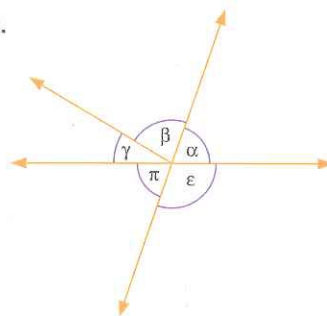
a. $\hat{\epsilon}$ es opuesto por el vértice con el ángulo $\hat{\beta}$. ☐

b. $\hat{\alpha}$, $\hat{\beta}$ y $\hat{\gamma}$ suman 180° . ☐

c. $\hat{\alpha}$ y $\hat{\epsilon}$ son adyacentes. ☐

d. $\hat{\pi}$ y $\hat{\gamma}$ son complementarios. ☐

e. $\hat{\beta}$ y $\hat{\gamma}$ son consecutivos. ☐



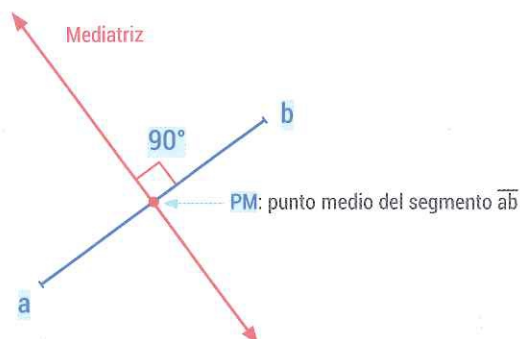
13. Tengan en cuenta el gráfico de la actividad anterior y completen la tabla. Realicen los cálculos necesarios y expliquen los pasos que siguieron.

$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$	$\hat{\gamma}$	$\hat{\pi}$	$\hat{\epsilon}$
$63^\circ 13' 24''$	$81^\circ 34' 4''$			
AGUDO	AGUDO			

27. Mediatriz de un segmento

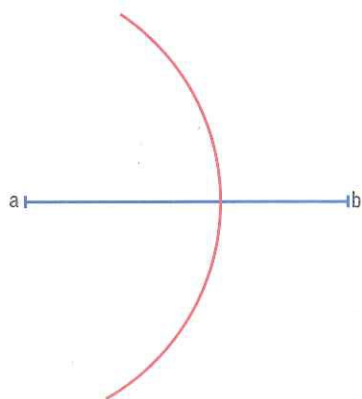
► SABERES DINÁMICOS

La **mediatriz** de un segmento es la línea recta perpendicular a dicho segmento trazada por su punto medio. A esa línea recta se la puede definir como **el lugar geométrico cuyos puntos son equidistantes** (están a igual distancia) de los extremos del segmento.

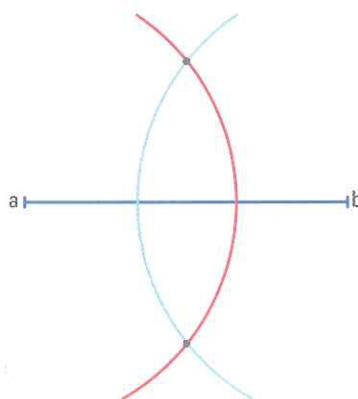


Para **trazar la mediatriz** de un segmento se pueden seguir los siguientes pasos.

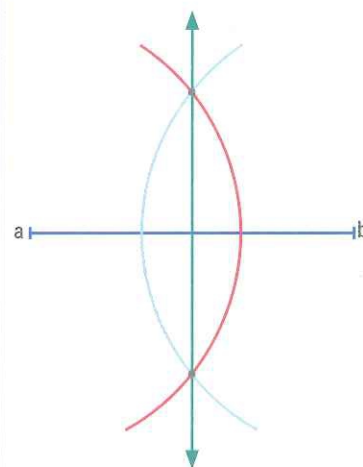
1. Con el compás, se hace centro en uno de los extremos del segmento con una abertura mayor a la mitad del segmento y se traza un arco de circunferencia.



2. Se repite el procedimiento haciendo centro en el otro extremo del segmento, con la misma abertura.



3. Se dibuja la recta que determinan los dos puntos de intersección de las circunferencias.



Dinámica TConecta

Ingresa en [puerto.pub/mediatriz](https://www.youtube.com/watch?v=XMLiuKjnu0I)* para mirar un video donde se muestran estos pasos.

* Enlace acortado de <https://www.youtube.com/watch?v=XMLiuKjnu0I>

TEST DE COMPRENSIÓN

1. Respondan y expliquen las respuestas.

- ¿Cómo pueden saber si un punto equidista de los extremos de un segmento dado?
- Para trazar la mediatriz de un segmento de 6 cm de largo, ¿qué medida puede tener la abertura del compás?
- ¿Cómo harían para dividir un segmento en otros cuatro de igual longitud sin utilizar regla ni hacer una división? Expliquen los pasos que se deberían seguir.

27. Mediatriz de un segmento

14. Tracen la mediatriz de cada segmento.

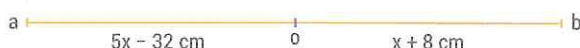
a.



b.



15. Observen la figura de análisis y calculen la medida del segmento ab . Expliquen los pasos seguidos. o es el punto medio de $\overline{ab}$.



TIP

Una **figura de análisis** es un dibujo en donde se dan datos para resolver un problema, pero que no respeta las medidas.

16. Tracen la mediatriz de un segmento ac y marquen sobre ella un punto cualquiera b , de modo que se forme un triángulo abc . Luego, respondan.

a. ¿Qué clase de triángulo es abc ? ¿Cómo se dan cuenta?

b. ¿Cuántos triángulos distintos podrían haber construido? ¿Por qué?

DinámicaMente

Dos localidades A y B se encuentran separadas por 100 km. Se quiere construir un supermercado que esté a la misma distancia de ambas localidades.

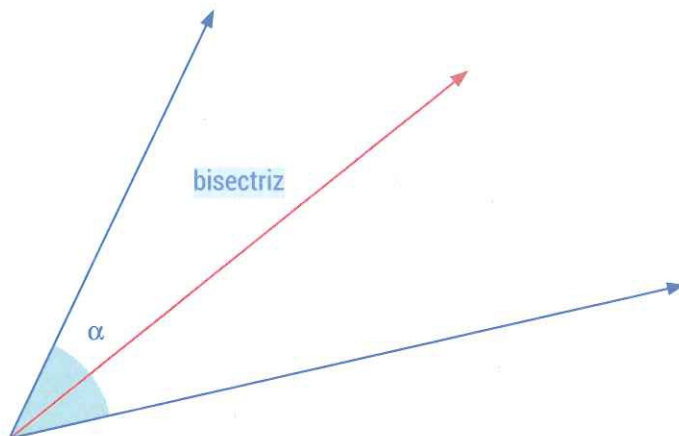
a. Encuentren todos los lugares donde se podría instalar. Dibujen la situación considerando que $20 \text{ km} = 1 \text{ cm}$.

b. Agreguen al enunciado del ejercicio anterior algún otro dato para que el lugar donde se deba construir el supermercado sea único. Expliquen su respuesta.

28. Bisectriz de un ángulo

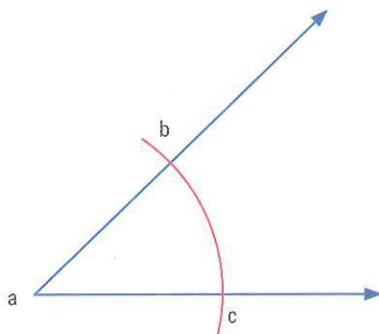
► SABERES DINÁMICOS

La **bisectriz** de un ángulo es la semirrecta (lugar geométrico) que contiene a todos los puntos que equidistan de los lados del ángulo y lo divide en otros dos ángulos congruentes, es decir, de igual medida.

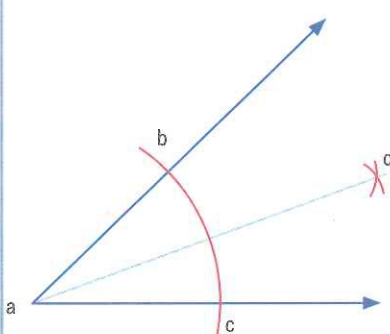


Para **trazar la bisectriz** de un ángulo se pueden seguir los siguientes pasos.

1. Se abre el compás y con una amplitud cualquiera y centro en el vértice del ángulo, se traza un arco que corte los lados del ángulo.



2. Con centro donde el arco intersecta (cortó) a los lados, se trazan dos pequeños arcos que se corten entre sí. Se une el vértice con el punto que quedó determinado.



Dinámica TConecta

Ingresa en puerto.pub/bisectriz * para observar un video donde se muestran estos pasos.

* Enlace acortado de <https://youtu.be/XMLiuKjnuOI?t=86>

TEST DE COMPRENSIÓN

1. Respondan y expliquen sus respuestas.

- ¿Es cierto que si se traza la bisectriz de un ángulo llano, se obtienen dos ángulos rectos?
- La bisectriz de un ángulo obtuso, ¿siempre lo divide en dos ángulos agudos?
- Mencionen dos figuras geométricas donde las bisectrices de sus ángulos pasen por sus diagonales.

28. Bisectriz de un ángulo

17. Clasifiquen cada ángulo. Luego, tracen su bisectriz.

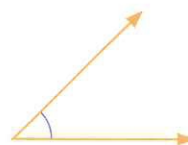
a.



b.



c.



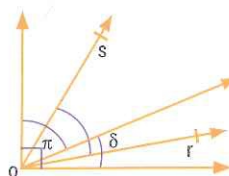
18. Tengan en cuenta los datos y el gráfico. Luego, resuelvan y completen según corresponda.

a. Datos:

$$\hat{\delta} = 27^\circ 15' 30''$$

$\vec{or}$ bisectriz de $\hat{\delta}$.

$\vec{os}$ bisectriz de $\hat{\pi}$.



$$\hat{\pi} = \boxed{}$$

$$\hat{\delta} : 2 = \boxed{}$$

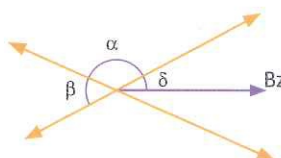
$$\hat{\pi} : 2 = \boxed{}$$

$$\hat{sor} = \boxed{}$$

b. Datos:

$$\hat{\beta} = 27^\circ + 3x$$

$$\hat{\delta} = 2x + 10^\circ$$



$$\hat{\alpha} = \boxed{}$$

$$\hat{\beta} = \boxed{}$$

$$\hat{\delta} = \boxed{}$$

19. Escriban V (verdadero) o F (falso). Expliquen sus respuestas.

a. La bisectriz de un ángulo recto lo divide en dos ángulos agudos de 25° .

☐

b. La bisectriz de un ángulo obtuso determina dos ángulos cóncavos.

☐

c. La bisectriz de un ángulo llano determina dos ángulos rectos.

☐

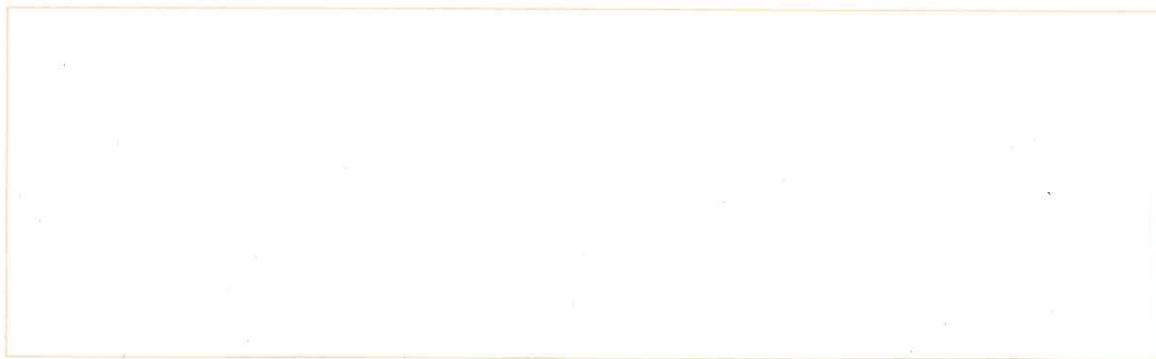
d. La bisectriz de un ángulo agudo determina dos ángulos obtusos.

☐

e. La bisectriz de un ángulo de $67^\circ 32' 56''$ determina dos ángulos iguales de $33^\circ 16' 28''$.

☐

20. Dibujen un ángulo y su bisectriz. Agreguen dos puntos (c y d) que pertenezcan a la bisectriz del ángulo y dos puntos (a y b) que pertenezcan a uno de sus lados.



21. Completen según corresponda.

a. $35^\circ + \boxed{} = 165^\circ 15'$

b. $72^\circ + 3 \cdot \boxed{} = 90^\circ$

c. $\boxed{} + 48^\circ = 75^\circ 14' 26''$

d. $145^\circ 15' 30'' + \boxed{} = 176^\circ$

e. $\boxed{} + 35^\circ 23' = 270^\circ : 3$

f. $2 \cdot (15^\circ 32' 56'') + 34^\circ 14' 7'' = \boxed{}$

22. Escriban el cálculo. Luego, resuélvanlo.

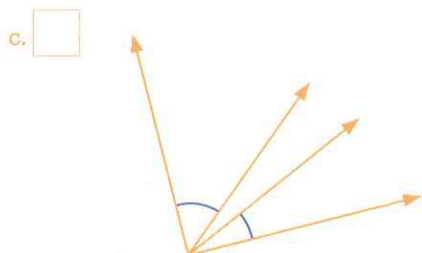
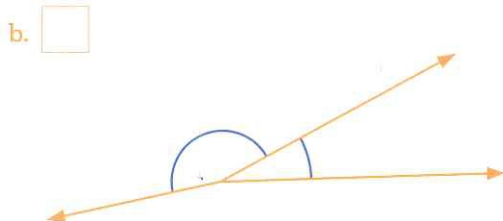
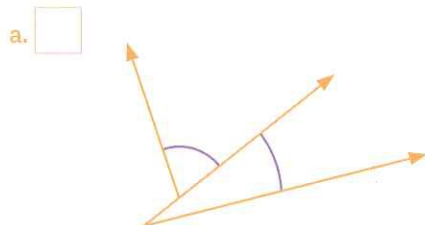
a. La diferencia entre la quinta parte del ángulo $135^\circ 45' 55''$ y $17^\circ 14' 23''$.

b. La suma entre el doble de $65^\circ 15'$ y la tercera parte de un ángulo recto.

c. La tercera parte de un ángulo llano más el doble de $25^\circ 18' 36''$.

d. El triple de la mitad de un ángulo de $96^\circ 45' 36''$.

23. Marquen con una X los pares de ángulos que son consecutivos. Expliquen la respuesta.



24. Escriban V (verdadero) o F (falso). Expliquen sus respuestas.

a. Los ángulos consecutivos son siempre adyacentes. ☐

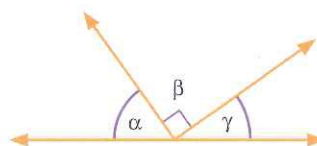
b. Los ángulos opuestos por el vértice pueden ser complementarios. ☐

c. Dos ángulos que suman $89^\circ 60'$ son complementarios. ☐

d. Dos ángulos son adyacentes si son suplementarios. ☐

25. Resuelvan.

a. $\hat{\alpha} = \hat{\gamma} = 2x + 17^\circ$; $\hat{\beta}$ es recto.

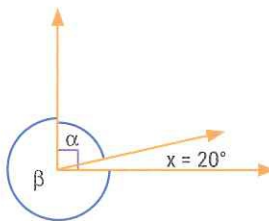


$x = \boxed{}$

$\hat{\alpha} = \boxed{}$

$\hat{\gamma} = \boxed{}$

b. $x = 20^\circ$



$\hat{\alpha} = \boxed{}$

$\hat{\beta} = \boxed{}$

26. Tengan en cuenta la actividad anterior y respondan.

a. En el ítem a, ¿cuáles de estos pares de ángulos son consecutivos?

$\hat{\alpha}$ y $\hat{\beta}$ ☐ $\hat{\beta}$ y $\hat{\gamma}$ ☐ $\hat{\alpha}$ y $\hat{\gamma}$ ☐

b. En el ítem a, ¿ $\hat{\alpha}$ y $\hat{\gamma}$ son ángulos opuestos por el vértice?

c. En el ítem a, ¿qué tipo de ángulo forman $\hat{\alpha}$, $\hat{\beta}$ y $\hat{\gamma}$?

d. En el ítem b, ¿qué tipo de ángulo es "x"?

e. En el ítem b, ¿cuáles de estos pares de ángulos son consecutivos?

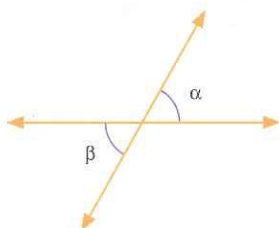
$\hat{\alpha}$ y $\hat{\beta}$ ☐ $\hat{\beta}$ y x ☐ $\hat{\alpha}$ y x ☐

27. Completen con "a veces", "siempre" o "nunca", según corresponda.

- a. Los ángulos opuestos por el vértice son adyacentes.
- b. Los ángulos adyacentes son suplementarios.
- c. Dos ángulos complementarios son iguales.
- d. La bisectriz de un ángulo agudo lo divide en dos ángulos agudos.
- e. La bisectriz de un ángulo llano lo divide en dos ángulos rectos.
- f. Los ángulos suplementarios son consecutivos.

28. Observen los datos y los gráficos. Luego, resuelvan.

a. $\hat{\alpha} = 5x + 15^\circ$; $\hat{\beta} = 3x + 35^\circ$

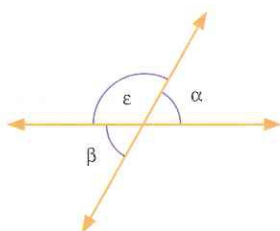


$x =$

$\hat{\alpha} =$

$\hat{\beta} =$

b. $\hat{\beta} = x + 20^\circ$; $\hat{\epsilon} = 3x + 40^\circ$



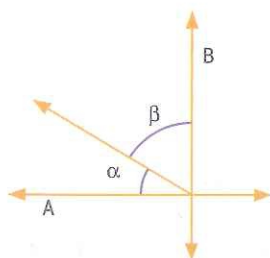
$x =$

$\hat{\alpha} =$

$\hat{\beta} =$

$\hat{\epsilon} =$

c. A y B son perpendiculares.
 $\hat{\alpha} = 2x + 10^\circ$; $\hat{\beta} = 3x + 20^\circ$

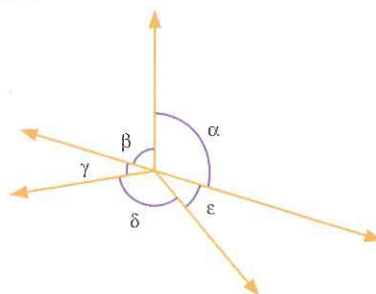


$x =$

$\hat{\alpha} =$

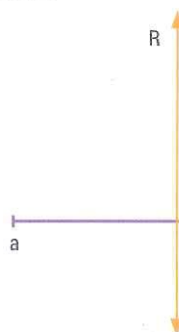
$\hat{\beta} =$

29. Analicen el gráfico y realicen lo pedido, cuando sea posible.



- a. Indiquen dos ángulos adyacentes.
- b. Indiquen dos ángulos complementarios.
- c. Indiquen dos ángulos consecutivos no suplementarios.
- d. Indiquen dos ángulos no consecutivos.
- e. Calculen cuánto mide $\hat{\alpha}$, si $\hat{\beta} = 78^\circ 35' 18''$.
- f. Dibujen con verde el ángulo opuesto por el vértice de $\hat{\gamma}$.
- g. Tracen con rojo la bisectriz del ángulo $\hat{\alpha}$.

30. Completen el segmento $\overline{ab}$ teniendo en cuenta que la recta R es la mediatriz del segmento que representa la mitad del segmento $\overline{ab}$. ¿Qué elementos necesitan?



31. Completen cada oración.

- a. El ángulo opuesto por el vértice del doble de $17^\circ 28'$ mide .
- b. La bisectriz de la tercera parte del ángulo $105^\circ 37' 18''$ determina dos ángulos cuya medida es de .
- c. La mediatriz de un segmento que mide el triple de 15,5 cm determina dos segmentos que miden .

29. Triángulos

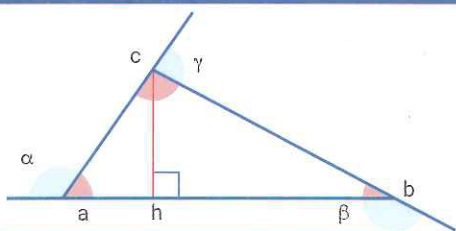
► SABERES DINÁMICOS

Los triángulos se pueden clasificar según sus lados en:

- **Escaleno:** todos sus lados miden distinto.
- **Isósceles:** tiene al menos dos lados iguales.
- **Equilátero:** todos sus lados son iguales.

Los triángulos se pueden clasificar según sus ángulos en:

- **Acutángulo:** tiene tres ángulos agudos.
- **Rectángulo:** tiene un ángulo recto.
- **Obtusángulo:** tiene un ángulo obtuso.



La **altura** es un segmento perpendicular al lado que pasa por el vértice opuesto.

$\overline{ch}$ es la altura con respecto al lado $\overline{ab}$.

En todo triángulo se cumplen las siguientes **propiedades**:

- La medida de cada lado es menor que la suma de los otros dos.

$$\overline{ab} < \overline{bc} + \overline{ac}$$

$$\overline{bc} < \overline{ac} + \overline{ab}$$

$$\overline{ac} < \overline{ab} + \overline{bc}$$

- La suma de los ángulos interiores de un triángulo es 180° .

$$\hat{a} + \hat{b} + \hat{c} = 180^\circ$$

- La suma de los ángulos exteriores de un triángulo es 360° .

$$\hat{\alpha} + \hat{\beta} + \hat{\gamma} = 360^\circ$$

- La suma entre un ángulo interior de un triángulo y el ángulo exterior correspondiente es 180° .

$$\hat{a} + \hat{\alpha} = 180^\circ$$

$$\hat{b} + \hat{\beta} = 180^\circ$$

$$\hat{c} + \hat{\gamma} = 180^\circ$$

Dos triángulos son **congruentes o iguales** cuando al superponerlos coinciden en todos sus puntos.

Dinámica TConecta

Ingresa en puerto.pub/altura* para mirar un video acerca de cómo se traza la altura de un triángulo y de sus características.

* Enlace acortado de <https://youtu.be/jnaEz9vCf0>

TEST DE COMPRENSIÓN

1. Respondan y expliquen las respuestas.

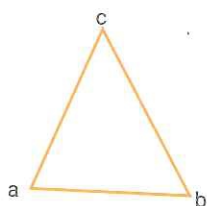
- La suma de las medidas de dos de los lados de un triángulo, ¿puede ser igual a la medida del tercer lado?
- Si se conoce la medida de dos ángulos exteriores de un triángulo, ¿se puede calcular la medida de todos los ángulos interiores de ese triángulo?
- Realicen una tabla de doble entrada. En los encabezados de las columnas coloquen "escaleno", "isósceles" y "equilátero" y en los encabezados de las filas, "acutángulo", "rectángulo" y "obtusángulo". En las intersecciones, dibujen un ejemplo que cumpla con las dos condiciones, cuando sea posible.

29. Triángulos

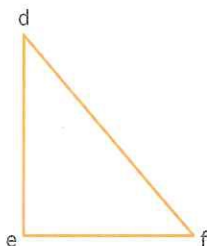
1. Lean atentamente y resuelvan.

Tracen las tres alturas en cada triángulo. Luego, indiquen dónde está ubicado el punto por el que pasan las alturas en cada caso. Compartan sus producciones con el resto de los compañeros.

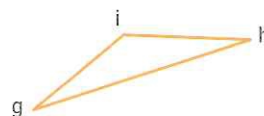
a. Triángulo acutángulo.



b. Triángulo rectángulo.

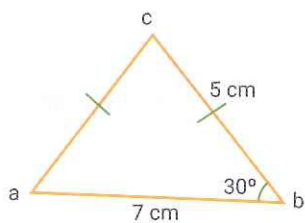


c. Triángulo obtusángulo.

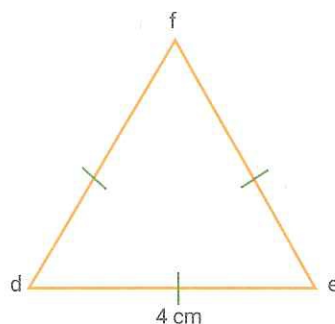


2. Calculen la medida de los lados y de los ángulos que faltan. Expliquen las respuestas.

a.



b.



$$\overline{ac} = \boxed{}$$

$$\hat{a} = \boxed{}$$

$$\hat{c} = \boxed{}$$

$$\overline{df} = \boxed{}$$

$$\overline{ef} = \boxed{}$$

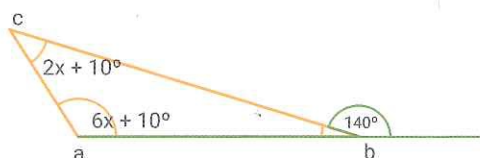
$$\hat{d} = \boxed{}$$

$$\hat{e} = \boxed{}$$

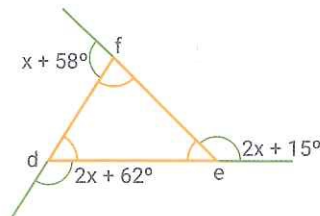
$$\hat{f} = \boxed{}$$

3. Calculen el valor de "x" y la medida de los ángulos interiores del triángulo. Expliquen las respuestas.

a.



b.



$$x = \boxed{}$$

$$\hat{a} = \boxed{}$$

$$\hat{b} = \boxed{}$$

$$\hat{c} = \boxed{}$$

$$x = \boxed{}$$

$$\hat{d} = \boxed{}$$

$$\hat{e} = \boxed{}$$

$$\hat{f} = \boxed{}$$

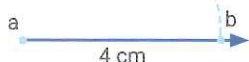
30. Construcción de triángulos

► SABERES DINÁMICOS

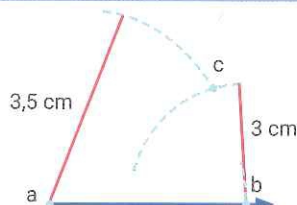
Construcción de triángulos dados sus tres lados

Datos: $\overline{ab} = 4$ cm; $\overline{bc} = 3$ cm; $\overline{ac} = 3,5$ cm

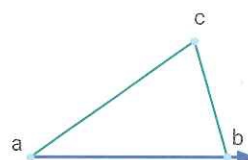
1. Con el compás se mide el segmento $\overline{ab}$; con esa abertura se traza un arco en una semirrecta donde queda determinado el punto b.



2. Con centro en a y abertura igual a $\overline{ac}$ se traza un arco. Se repite el mismo procedimiento con el segmento $\overline{bc}$.



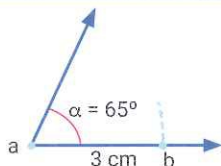
3. El punto c queda determinado por la intersección de los dos arcos. Se trazan los lados del triángulo.



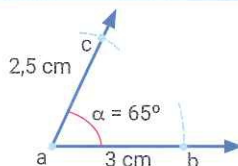
Construcción de triángulos dados dos lados y el ángulo comprendido entre ellos

Datos: $\overline{ab} = 3$ cm; $\overline{ac} = 2,5$ cm; $\hat{\alpha} = 65^\circ$

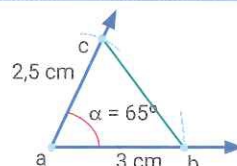
1. Se traza el ángulo con transportador. Con centro en a, se traza un arco con radio igual a $\overline{ab}$ que corte a uno de los lados en b.



2. Con centro en a, se traza un arco con radio igual a $\overline{ac}$ que corte a uno de los lados en c.



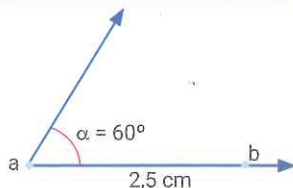
3. Se traza el segmento $\overline{bc}$ que forme un triángulo.



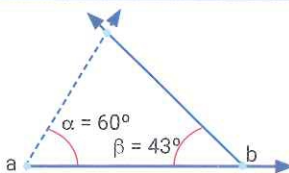
Construcción de triángulos dados un lado y los ángulos adyacentes a ese lado

Datos: $\overline{ab} = 2,5$ cm; $\hat{\alpha} = 60^\circ$; $\hat{\beta} = 43^\circ$

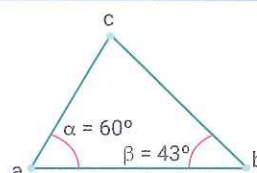
1. Se traza el $\hat{\alpha}$. Se traza un arco con centro en a y radio igual a $\overline{ab}$ que interseque a uno de sus lados en b.



2. Sobre b se traza el $\hat{\beta}$ y se prolongan los lados de ambos ángulos.



3. La intersección de las prolongaciones de los lados de los ángulos determinan el punto c del triángulo.



TEST DE COMPRENSIÓN

1. Respondan y expliquen las respuestas.

- ¿Cuántos triángulos se pueden construir si se conoce la medida de dos de sus ángulos?
- ¿Cuántos triángulos se pueden construir si se conoce la medida de dos de sus lados?
- Confeccionen una lista con los datos que se deben conocer para que la construcción de un triángulo sea única. Pueden proponer varios casos distintos.

30. Construcción de triángulos

4. Construyan, si es posible, con regla y compás, los triángulos pedidos. Indiquen cuántos triángulos es posible construir en cada caso.

a. Lados de 3 cm, 4 cm y 6 cm.

b. Lados de 2 cm, 3 cm y 6 cm.

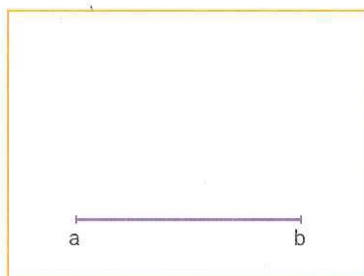
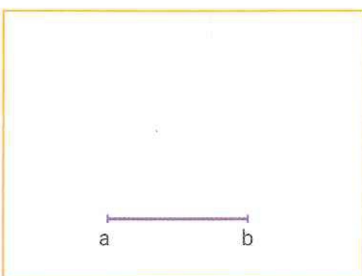
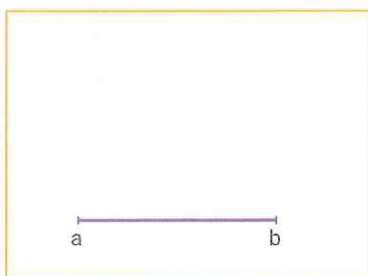


5. Construyan el triángulo abc según lo pedido en cada caso.

a. Isósceles rectángulo.

b. Escaleno.

c. Equilátero.



6. Lean atentamente y resuelvan.

a. Inventen la medida de los segmentos $\overline{ab}$, $\overline{bc}$ y $\overline{ac}$ para que se pueda construir un triángulo.

b. Construyan el triángulo con las medidas que propusieron en el ítem anterior.



c. Inventen la medida de los segmentos $\overline{ab}$, $\overline{bc}$ y $\overline{ac}$ para que no se pueda construir un triángulo.

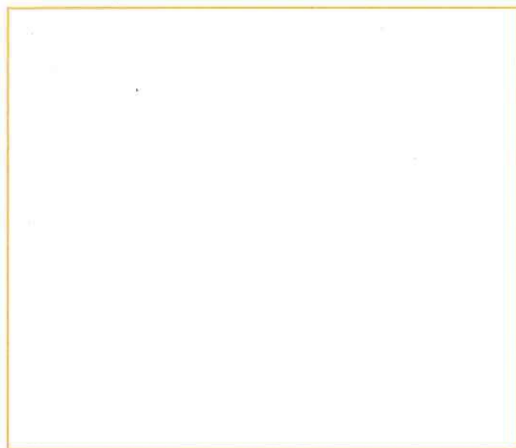
d. Verifiquen construyendo el triángulo con las medidas que propusieron en el ítem anterior.



30. Construcción de triángulos

7. Construyan los siguientes triángulos.

a. $\triangle abc$; $\overline{ab} = 5 \text{ cm}$; $\overline{bc} = 7 \text{ cm}$; $\overline{ac} = 4 \text{ cm}$.



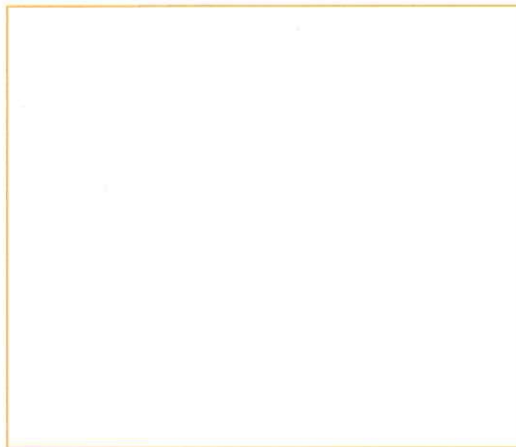
d. $\triangle jkl$; $\overline{jl} = 6,5 \text{ cm}$; $\hat{j} = 45^\circ$; $\hat{l} = 60^\circ$.



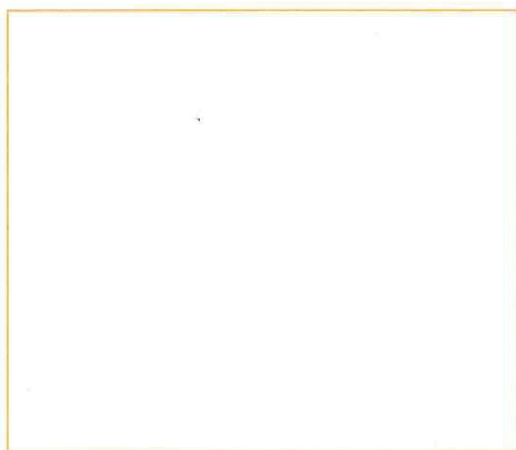
b. $\triangle def$; $\hat{d} = 45^\circ$; $\hat{e} = 60^\circ$; $\hat{f} = 75^\circ$.



e. $\triangle mno$; $\overline{mn} = 6 \text{ cm}$; $\overline{mo} = 7 \text{ cm}$; ángulo $\hat{n} = 95^\circ$.



c. $\triangle ghi$; $\hat{g} = 65^\circ$; $\overline{gh} = 5 \text{ cm}$; $\overline{gi} = 4,5 \text{ cm}$.



f. $\triangle pqr$; $\overline{pq} = 4,5 \text{ cm}$; $\hat{p} = 40^\circ$; $\hat{q} = 50^\circ$.



30. Construcción de triángulos



8. Reúnanse en grupos y resuelvan.

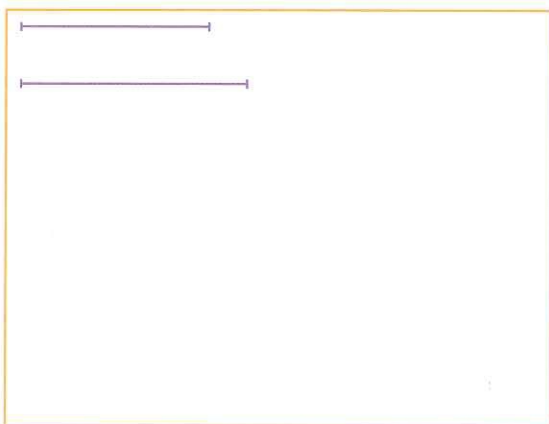
a. Si se sabe que dos de los lados de un triángulo miden 2,5 cm y 1,3 cm, ¿qué medida puede tener el tercer lado para que se pueda formar el triángulo? Expliquen la respuesta.

b. Construyan un triángulo que tenga los lados del ítem anterior.

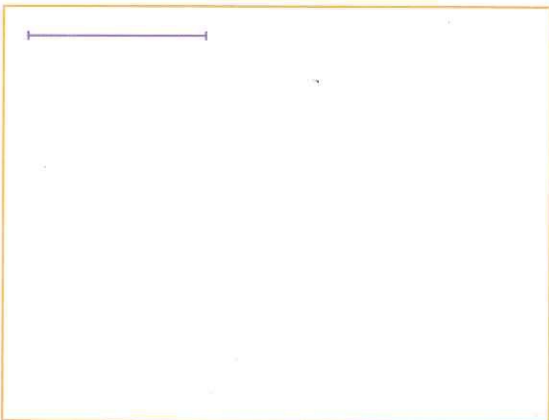


9. Construyan los siguientes triángulos usando regla y compás.

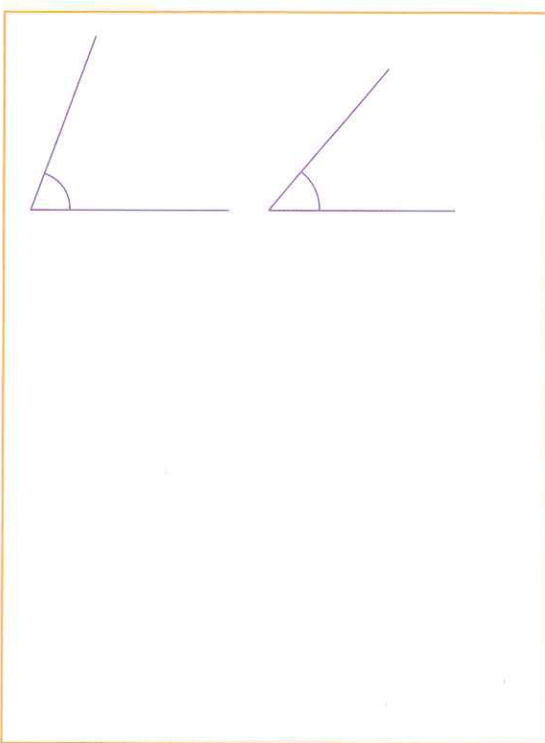
a. Un triángulo isósceles usando los siguientes segmentos como lados.



b. Un triángulo equilátero usando este segmento como lado.



c. Un triángulo usando los siguientes ángulos.

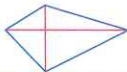
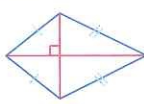
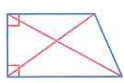
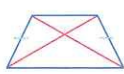
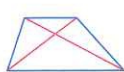
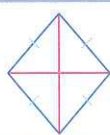
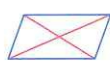
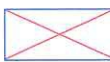


d. Tengan en cuenta los ítems anteriores e indiquen cuántos triángulos diferentes se pueden construir en cada caso.

31. Cuadriláteros

► SABERES DINÁMICOS

Los **cuadriláteros** son figuras de cuatro lados que cumplen las siguientes propiedades.

	Nombre	Figura	Lados	Diagonales	Ángulos
Trapezoides	Trapezoide		Sus lados no son paralelos.		
	Romboide		El romboide tiene dos pares de lados consecutivos e iguales.	La principal es mediatriz de la otra y bisectriz de los ángulos distintos.	Tiene un par de ángulos opuestos iguales.
Trapecios	Trapecio rectangular		Tiene un solo par de lados opuestos paralelos. En el trapecio isósceles los lados no paralelos son iguales.	No se cortan en el punto medio. En el trapecio isósceles son iguales.	Los ángulos no opuestos ni adyacentes a las bases son suplementarios. En el trapecio isósceles los ángulos adyacentes a la base son iguales.
	Trapecio isósceles				
	Trapecio escaleno				
Paralelogramos	Rombo		Tiene cuatro lados iguales. Los lados opuestos son paralelos.	Son perpendiculares y se cortan en su punto medio.	Los ángulos opuestos son iguales. Los ángulos consecutivos son suplementarios.
	Paralelogramo		Tiene dos pares de lados paralelos y opuestos iguales.	Se cortan mutuamente en el punto medio.	
	Rectángulo			Son iguales y se cortan en su punto medio.	Tiene cuatro ángulos rectos.
	Cuadrado		Tiene los cuatro lados iguales y paralelos dos a dos.	Son iguales, perpendiculares y se cortan en su punto medio. Son bisectrices de los ángulos opuestos.	

La suma de los ángulos interiores de un cuadrilátero es 360° .

TEST DE COMPRENSIÓN

- Respondan y expliquen las respuestas.
 - ¿Qué cuadrilátero es rombo y rectángulo a la vez?
 - Los trapecios, ¿son paralelogramos?
 - Confeccionen una tabla con las principales diferencias entre los trapezoides, trapecios y paralelogramos.

31. Cuadriláteros

10. Escriban **V** (verdadero) o **F** (falso). Expliquen las respuestas.

a. Un romboide es también rombo. ☐

b. Un rectángulo es un paralelogramo. ☐

c. Un romboide es un trapezoide. ☐

11. Escriban el nombre de los cuadriláteros que cumplan con las condiciones pedidas en cada caso. Pueden realizar los dibujos en sus carpetas.

a. Las diagonales son iguales y se cortan en su punto medio.

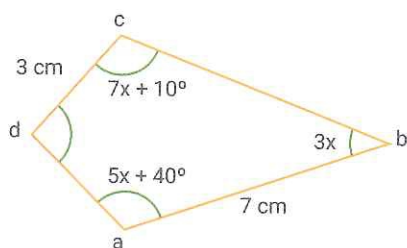
c. No tiene lados paralelos.

b. Es un paralelogramo que no es rectángulo.

d. Los lados opuestos son iguales y los ángulos consecutivos, suplementarios.

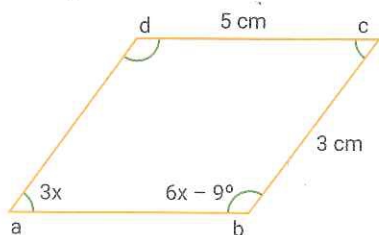
12. Calculen el valor de "x" y la medida de los lados y de los ángulos. Expliquen las respuestas.

a. Romboide.



$$\begin{array}{llll} x = \boxed{} & \hat{a} = \boxed{} & \hat{b} = \boxed{} & \hat{c} = \boxed{} \\ \hat{d} = \boxed{} & \overline{bc} = \boxed{} & \overline{ad} = \boxed{} & \end{array}$$

b. Paralelogramo.



$$\begin{array}{llll} x = \boxed{} & \hat{a} = \boxed{} & \hat{b} = \boxed{} & \hat{c} = \boxed{} \\ \hat{d} = \boxed{} & \overline{ab} = \boxed{} & \overline{ad} = \boxed{} & \end{array}$$

32. Construcción de cuadriláteros

► SABERES DINÁMICOS

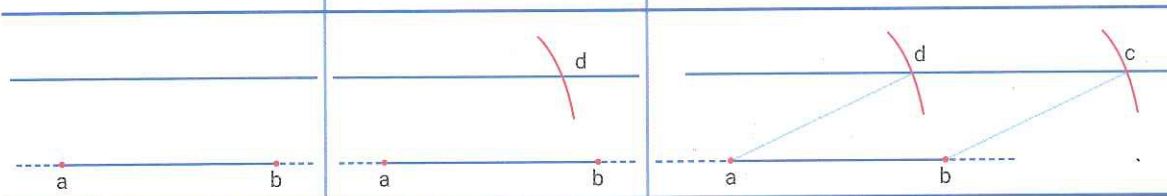
Para **construir un paralelogramo**, teniendo como datos los lados, pueden seguir estos pasos.

$\overline{ab} = 5 \text{ cm}$; $\overline{ad} = 4,5 \text{ cm}$.

1. Se trazan dos rectas paralelas y se determina sobre una de ellas el lado $\overline{ab}$.

2. Con centro en a y abertura igual al segmento $\overline{ad}$, se traza un arco que corta a la recta paralela en d .

3. Con la misma abertura y centro en b , se repite el procedimiento anterior para obtener el punto c . Se trazan los segmentos $\overline{ad}$ y $\overline{bc}$ para determinar el paralelogramo.



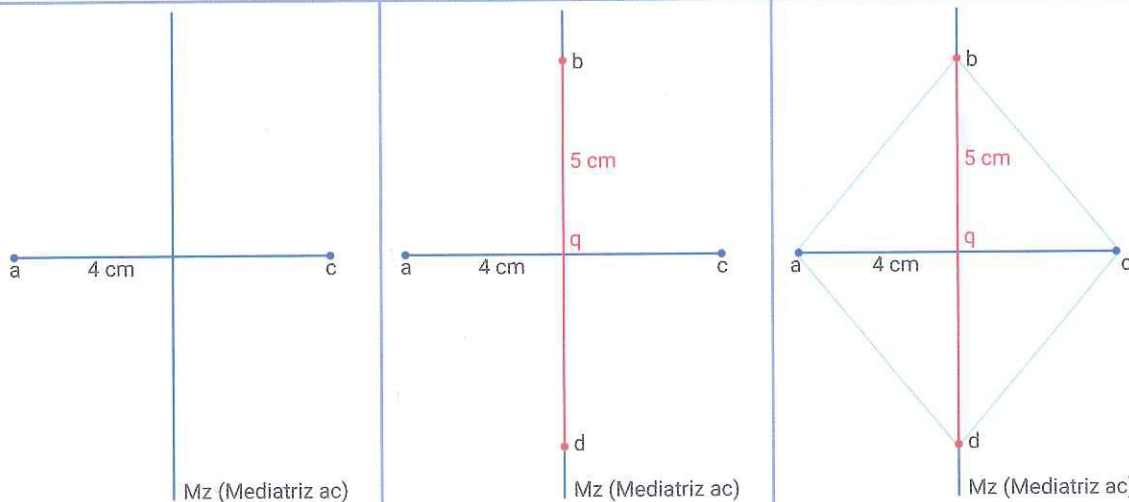
Para **construir un rombo** conociendo la medida de sus diagonales, pueden seguir estos pasos.

$\overline{ac} = 4 \text{ cm}$; $\overline{bd} = 5 \text{ cm}$

1. Se traza una semirrecta, sobre ella se determina la diagonal $\overline{ac}$ y se traza la mediatriz.

2. Sobre la mediatriz se traza el segmento $\overline{bd}$, tal que su punto medio coincida con el punto medio del segmento $\overline{ac}$.

3. Se trazan los segmentos que forman el rombo.



TEST DE COMPRENSIÓN

1. Respondan y expliquen las respuestas.

a. ¿Es posible construir un único paralelogramo conociendo la medida de sus lados?

b. ¿Qué datos son necesarios para construir un único cuadrado?

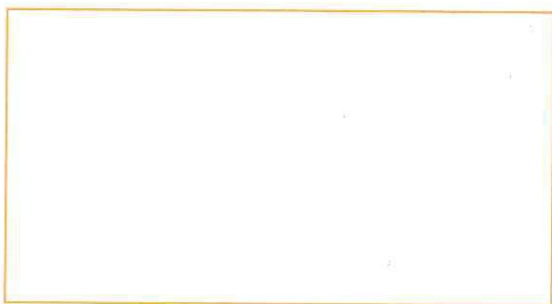
c. Escriban un punteo con los pasos que se deben seguir para construir un rombo que tiene un lado de 5 cm y un ángulo de 60° .

32. Construcción de cuadriláteros

13. Construyan cada cuadrilátero con regla no graduada y compás teniendo en cuenta los datos. Escriban el nombre del cuadrilátero construido.

a. Las diagonales son iguales, perpendiculares y se cortan en su punto medio.

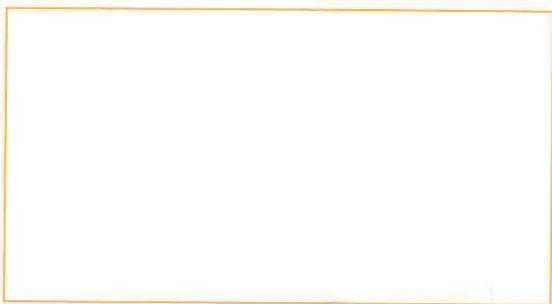
Diagonal: _____



Cuadrilátero: _____

b. Tiene los cuatro lados iguales, paralelos dos a dos. Sus ángulos interiores no son rectos.

Lado: _____

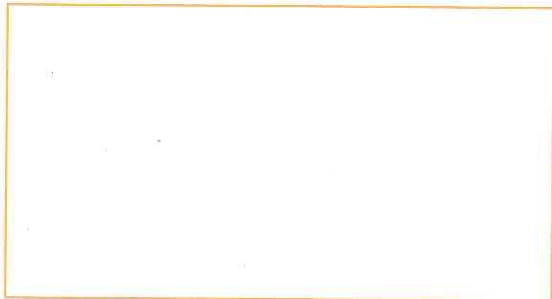


Cuadrilátero: _____

c. No tiene lados paralelos y sus lados consecutivos son iguales.

Lado: _____

Lado: _____

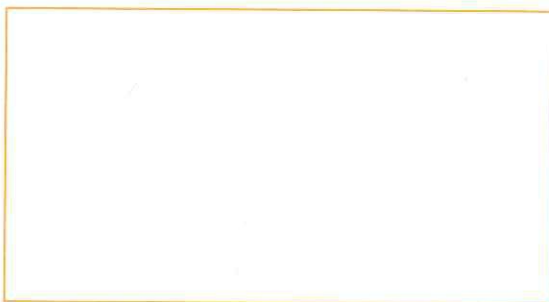


Cuadrilátero: _____

d. Tiene un par de lados opuestos paralelos y solo dos ángulos rectos.

Base: _____

Altura: _____

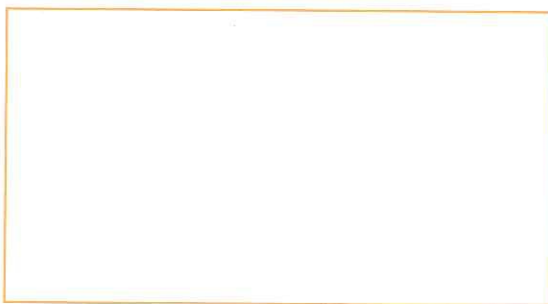


Cuadrilátero: _____

e. Tiene dos pares de lados paralelos y opuestos iguales.

Lado: _____

Lado: _____



Cuadrilátero: _____

f. Tiene dos pares de lados paralelos, sus lados consecutivos no son iguales y no forman ángulos rectos.

Lado: _____

Lado: _____



Cuadrilátero: _____

32. Construcción de cuadriláteros

14. Construyan los cuadriláteros pedidos en cada caso. Indiquen si existe una única figura.

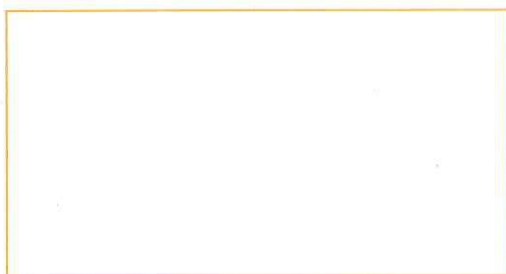
a. Un cuadrado cuyo perímetro es de 12 cm.



c. Un rombo con una diagonal que mida 5 cm.



b. Un rectángulo cuya base mida 6 cm.



d. Un trapecio isósceles cuya base mayor sea de 5 cm y la base menor de 3 cm.



15. Lean atentamente y resuelvan.

a. Dibujen un rectángulo cuyas diagonales midan 5 cm y formen entre sí un ángulo de 45° .



b. Con los mismos datos, ¿se puede dibujar un rectángulo distinto?

DinámicaMente

Lean atentamente y resuelvan.

Una herramienta muy útil para geometría es el programa Geogebra, que se puede descargar en forma gratuita tanto en celulares como en la computadora.

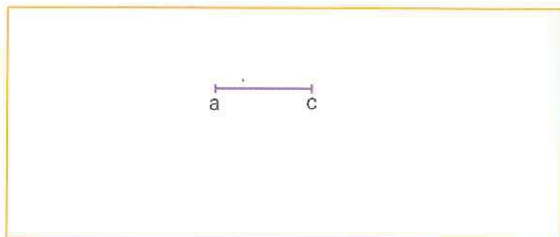
Para la construcción de un cuadrilátero, desde la barra de herramientas se elige "Polígonos", se dibuja marcando cuatro puntos y se regresa al primero. Por ejemplo: a, b, c, d y a.

- Realicen los gráficos de la actividad 15 usando Geogebra.

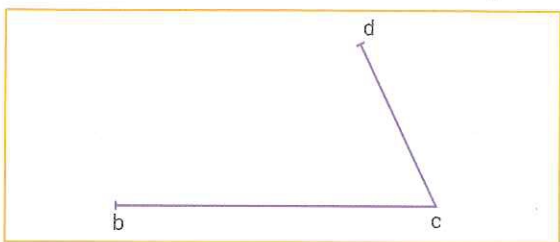
32. Construcción de cuadriláteros

16. Construyan los siguientes cuadriláteros usando regla y compás. Luego, comenten los pasos que realizaron para construirlos.

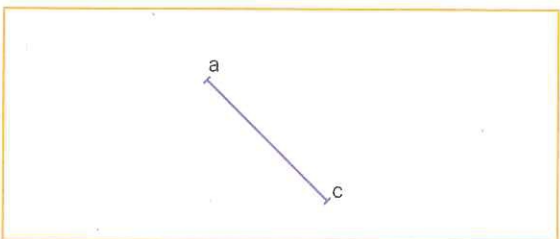
a. Un romboide cuya diagonal es el segmento $\overline{ac}$.



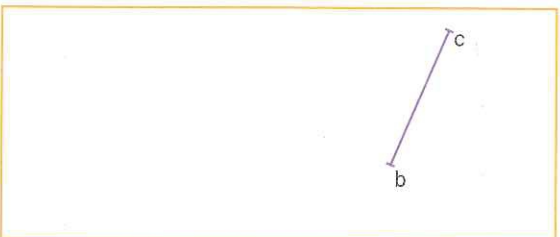
b. Un trapecio isósceles donde $\overline{bc}$ es la base y $\overline{cd}$ es uno de los lados.



c. Un cuadrado donde $\overline{ac}$ es la diagonal.

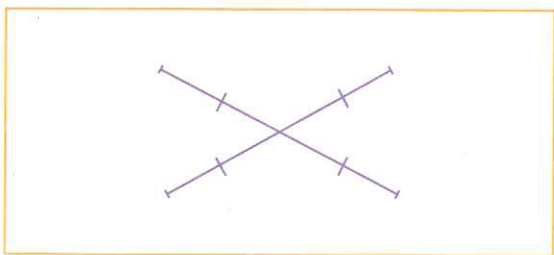


d. Un paralelogramo donde $\overline{bc}$ es uno de los lados.



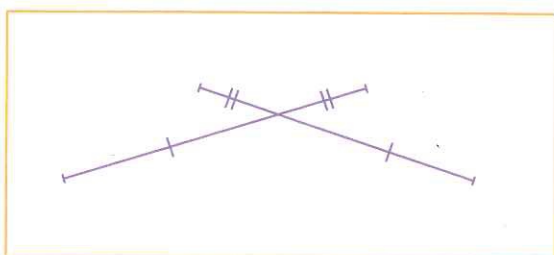
17. Escriban los nombres de los cuadriláteros que tienen los siguientes segmentos como diagonales.

a.



Cuadrilátero: _____

b.



Cuadrilátero: _____

18. Marquen con una X si se puede construir un triángulo en cada caso.

Expliquen las respuestas.

a. $\overline{ab} = 5 \text{ cm}$, $\overline{bc} = 4 \text{ cm}$, $\overline{ca} = 8 \text{ cm}$.

b. $\overline{ab} = 7 \text{ cm}$, $\overline{bc} = 3 \text{ cm}$, $\overline{ac} = 9 \text{ cm}$.

c. $\hat{a} = 45^\circ$, $\hat{b} = 120^\circ$, $\hat{c} = 25^\circ$.

d. $\overline{ab} = 5 \text{ cm}$, $\hat{a} = 60^\circ$, $\hat{b} = 60^\circ$.

☐
☐
☐
☐

19. Realicen las siguientes construcciones.

a. Construyan los triángulos del punto anterior, si es posible.

b. Construyan los triángulos del punto anterior, si es posible utilizando el GeoGebra.

20. Inventen las medidas para tres segmentos, de manera que con ellos se pueda construir un triángulo. Constrúyanlo.

21. Planteen la ecuación y calculen la medida de los lados o de los ángulos pedidos. Expliquen las respuestas.

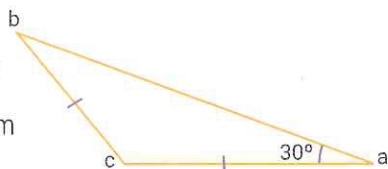
a. Datos:

$\hat{a} = 30^\circ$

$\overline{ac} = x + 3 \text{ cm}$

$\overline{bc} = 3x - 2 \text{ cm}$

$\overline{ab} = 3x + 2,5 \text{ cm}$



$x =$ $\overline{ac} =$ $\overline{bc} =$

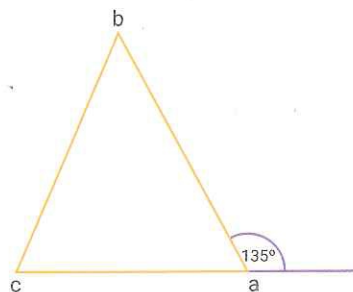
$\overline{ab} =$ $\hat{b} =$ $\hat{c} =$

b. Datos:

$\hat{b} = 4x - 2^\circ$;

$\hat{c} = 2x + 5^\circ$;

$\hat{a} = 135^\circ$



$x =$ $\hat{a} =$

$\hat{b} =$ $\hat{c} =$

22. Construyan si es posible con regla y compás los triángulos pedidos en cada caso.

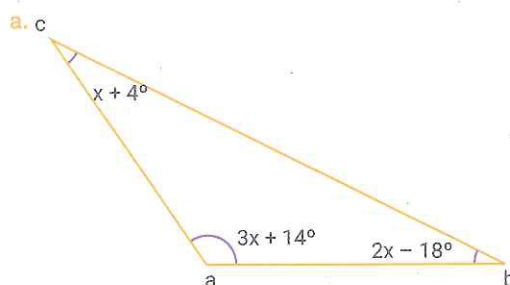
a. Que los lados midan 4 cm, 5 cm y 9 cm.

b. Que los lados midan 3 cm, 5 cm y 7 cm.

c. Que dos de los lados midan 6 cm y el tercer lado, 4 cm.

d. Verifiquen su construcción utilizando GeoGebra.

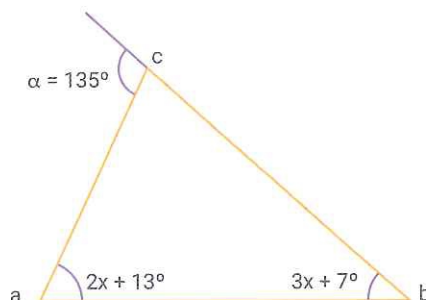
23. Planteen la ecuación y calculen el valor de los ángulos interiores de cada triángulo.



$x =$ $\hat{a} =$

$\hat{b} =$ $\hat{c} =$

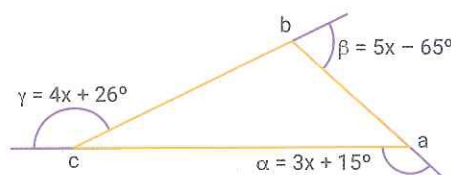
b.



$x =$ $\hat{a} =$

$\hat{b} =$ $\hat{c} =$

c.



$x =$ $\hat{a} =$

$\hat{b} =$ $\hat{c} =$

24. Marquen con una X cuáles de las siguientes afirmaciones son correctas.

- a. Todos los trapecios son trapezoides. ☐
- b. Todo cuadrado es un paralelogramo. ☐
- c. Todo cuadrado es un rombo. ☐
- d. Todo paralelogramo es un rectángulo. ☐

25. Completen la frase teniendo en cuenta las propiedades de los cuadriláteros.

- a. Los lados del son iguales.
- b. Las diagonales de los no se cortan en su punto medio.
- c. Los tienen los cuatro ángulos rectos.
- d. El tiene dos pares de lados opuestos iguales.

26. Planteen la ecuación y resuelvan. Luego, calculen los ángulos. Expliquen la respuesta.

a. Datos:



$$\begin{aligned}\hat{a} &= 2x + 36^\circ \\ \hat{b} &= 3x + 20^\circ\end{aligned}$$

$$\hat{a} = \text{ } \quad \hat{c} = \text{ }$$

$$\hat{b} = \text{ } \quad \hat{d} = \text{ }$$

b. Datos:



$$\begin{aligned}\hat{a} &= 3x + 68^\circ \\ \hat{c} &= 5x + 18^\circ\end{aligned}$$

$$\hat{a} = \text{ } \quad \hat{c} = \text{ }$$

$$\hat{b} = \text{ } \quad \hat{d} = \text{ }$$

27. Construyan los siguientes cuadriláteros usando regla y compás. Luego, expliquen cómo lo resolvieron.

- a. Un trapecio isósceles cuya base mayor es $\overline{ab} = 4,2$ cm.
- b. Un cuadrado tal que una de las diagonales es $\overline{ac} = 3,4$ cm.
- c. Un paralelogramo tal que $\overline{ab}$ y $\overline{bc}$ sean sus lados.
 $\overline{ab} = 6,6$ cm; $\overline{bc} = 5,3$ cm.
- d. Un romboide cuyos lados son $\overline{ab}$ y $\overline{ad}$.
 $\overline{ab} = 5,8$ cm; $\overline{ad} = 3,6$ cm.

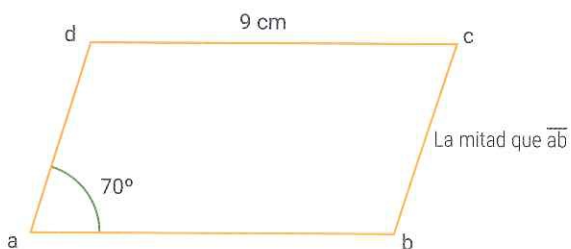


28. Lean atentamente y resuelvan.

Diseñen una bandera como la de República Dominicana. Describan las características de su diseño para que un compañero la pueda representar idénticamente sin mirar el suyo.

29. Calculen los lados y los ángulos interiores de los siguientes cuadriláteros, sin medir.

a. Paralelogramo abcd.



b. Trapecio isósceles abcd.

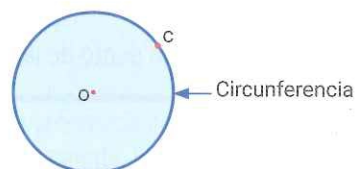
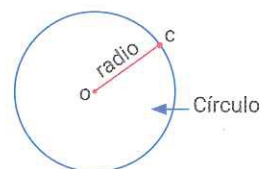


33. Circunferencia y círculo

► SABERES DINÁMICOS

Una **circunferencia** es el lugar geométrico de todos los puntos del plano que se encuentran a la misma distancia de otro llamado **centro**.

Un **círculo** es el conjunto de todos los puntos de la circunferencia y todos los interiores a la misma.



Elementos de la circunferencia

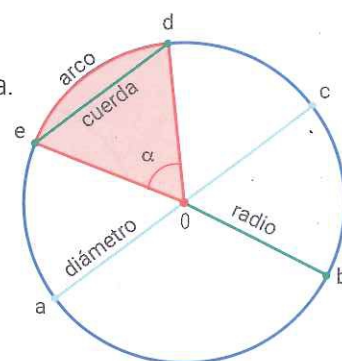
Radio: segmento que une el centro con uno de los puntos de la circunferencia.

Cuerda: segmento que une dos puntos de la circunferencia.

Diámetro: es la mayor de las cuerdas, contiene al centro y equivale a dos radios.

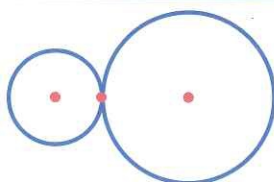
Arco: parte de la circunferencia comprendida entre dos puntos.

Ángulo central: su vértice es el centro de la circunferencia.

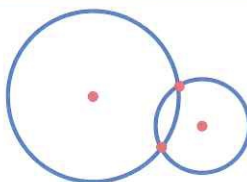


Posición relativa de dos circunferencias

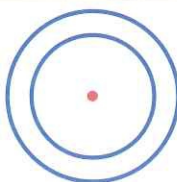
Dos circunferencias son **tangentes** si se cortan en un único punto.



Dos circunferencias son **secantes** si tienen dos puntos en común.



Dos circunferencias son **concéntricas** si tienen el mismo centro.



Áreas dinámicas [Matemática y la seguridad vial]

En las ciudades las tapas de las alcantarillas son redondas por una cuestión de seguridad. Si fueran cuadradas, al ser la diagonal más larga que el lado, se podría meter la tapa por el agujero y caer adentro. Al ser circulares, es imposible que la tapa se caiga dentro. La tapas cuadradas son utilizadas para tapar agujeros de apenas 40 cm de profundidad.

TEST DE COMPRENSIÓN

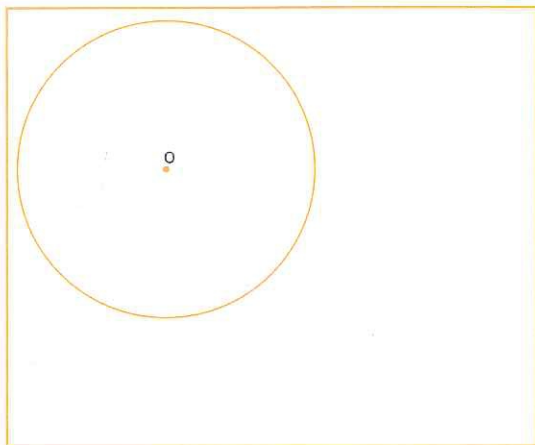
- Respondan y expliquen las respuestas.
 - ¿Cómo se llama la cuerda más larga de la circunferencia?
 - El radio, ¿es una cuerda?
 - Expliquen cuál es la diferencia entre circunferencia y círculo.

33. Circunferencia y círculo

30. Completen la oración para que sea correcta.

- a. El arco es parte de la .
- b. El diámetro es el doble que el .
- c. El radio va desde un punto de la circunferencia hasta el .
- d. La cuerda más larga se denomina .
- e. En la circunferencia se pueden marcar cuerdas.
- f. El ángulo central tiene como vértice el de la circunferencia.

31. Observen la circunferencia dada y construyan lo pedido en cada caso.

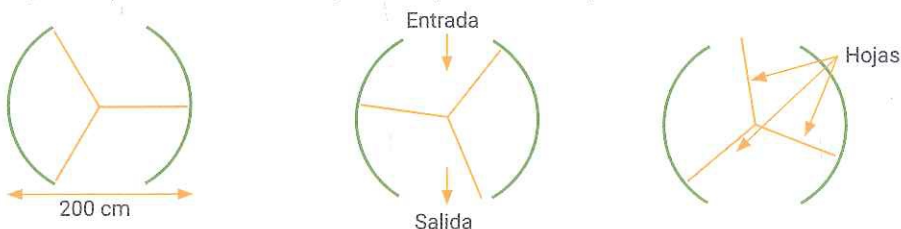


- a. Dibujen con violeta una circunferencia tangente a la dada.
- b. Dibujen con verde una circunferencia secante a la dada.
- c. Construyan todo el dibujo con el programa GeoGebra. Deben utilizar la opción "circunferencia" que se encuentra en la barra de tareas.



32. Lean atentamente y resuelvan.

Una puerta giratoria consta de tres hojas que giran dentro de un espacio circular. El diámetro interior de dicho espacio es de 2 metros (200 centímetros). Las tres hojas de la puerta dividen el espacio en tres sectores iguales. El siguiente plano muestra las hojas de la puerta en tres posiciones diferentes vistas desde arriba.



a. ¿Cuánto mide (en grados) el ángulo formado por dos hojas de la puerta?

b. La puerta da 4 vueltas completas en un minuto. Hay espacio para dos personas en cada uno de los tres sectores. ¿Cuál es el número máximo de personas que pueden entrar en el edificio por la puerta en 30 minutos?

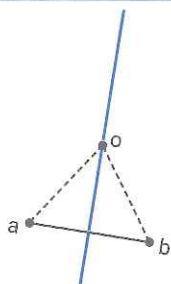
34. Construcción de circunferencias

► SABERES DINÁMICOS

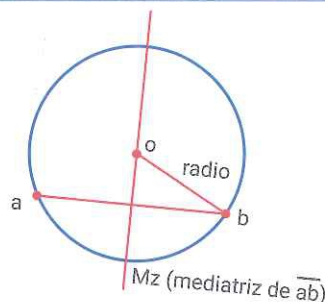
Se puede construir una circunferencia a partir de diferentes datos sin utilizar una regla graduada.

- **Dado el radio:** se toma la medida del radio con el compás, se pincha en el centro y se traza la circunferencia.
- **Dado el diámetro:** se encuentran el centro y el radio trazando la mediatriz del diámetro y luego se dibuja la circunferencia con el método anterior.
- **Dada una cuerda** se pueden seguir estos pasos.

1. Se traza la mediatriz de la cuerda y sobre ella se marca un punto cualquiera "o" (excepto que pertenezca a la cuerda), porque todos los puntos de la mediatriz equidistan de sus extremos.

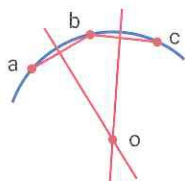


2. Se traza la circunferencia de centro "o" que pase por los extremos de la cuerda. En este caso se pueden trazar infinitas cuerdas según el centro elegido.

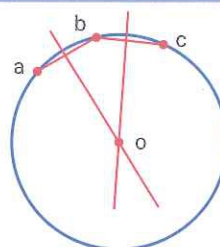


- **Dado un arco de circunferencia** se pueden seguir estos pasos.

1. Se marcan tres puntos sobre el arco y se trazan las dos cuerdas que los unen. Se traza la mediatriz de cada una. El punto de intersección de las mediatrices (o) es el centro de la circunferencia.



2. Se pincha con el compás en "o" y se traza la circunferencia que pase por los puntos marcados sobre el arco.



Dinámica TConecta

Ingresen en puerto.pub/cct * para mirar un video acerca de cómo se construye una circunferencia dados 3 puntos no alineados.

* Enlace acortado de <https://youtu.be/y87yq5E40k0>

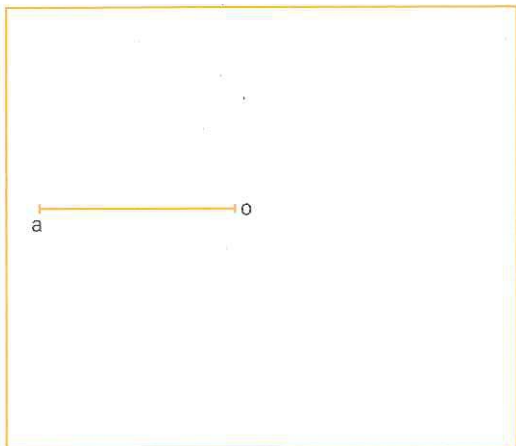
TEST DE COMPRENSIÓN

1. Respondan y expliquen las respuestas.
 - a. ¿Se puede construir una única circunferencia dados tres puntos no alineados? ¿Y dados dos puntos?
 - b. Si se conoce el diámetro, ¿se puede construir una única circunferencia?
 - c. ¿Por qué el centro debe equidistar de los extremos de una cuerda?

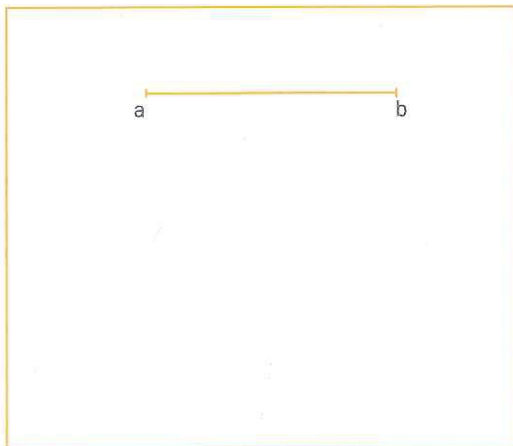
34. Construcción de circunferencias

33. Construyan una circunferencia que cumpla con las condiciones dadas en cada caso.

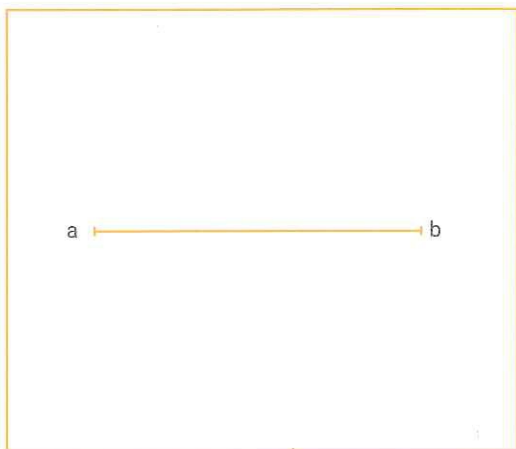
a. $\overline{oa}$ es el radio de la circunferencia.



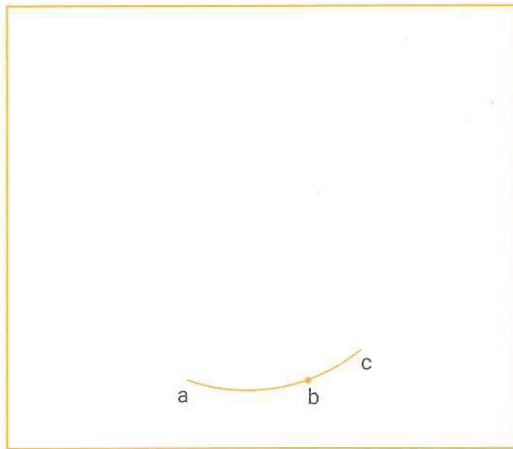
c. $\overline{ab}$ es una de las cuerdas de la circunferencia.



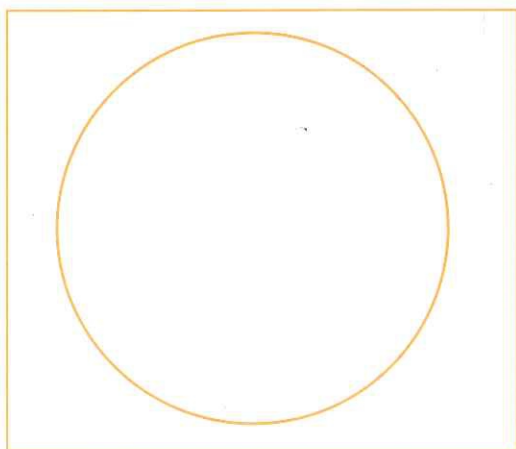
b. $\overline{ab}$ es el diámetro de la circunferencia.



d. abc es arco de la circunferencia.



34. Determinen cuál es el centro de la siguiente circunferencia. Expliquen los pasos que realizaron.



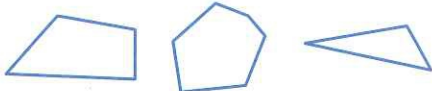
35. Polígonos

► SABERES DINÁMICOS

Se llama **polígono** a toda figura que tiene tres o más ángulos.

Clasificación de polígonos

- **Regulares:** todos sus lados y sus ángulos son iguales.
- **Irregulares:** no todos sus lados y sus ángulos son iguales.

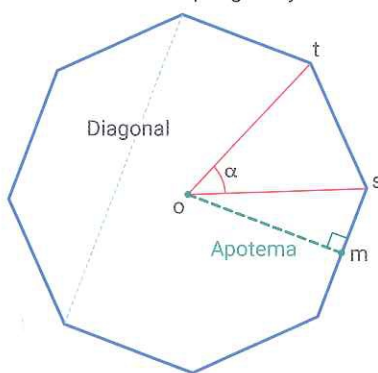
• Cóncavos: al menos un ángulo interior es mayor a 180°.	• Convexos: todos los ángulos interiores son menores a 180°.
	

Elementos del polígono

Diagonal: es el segmento que tiene por extremos un vértice y otro no adyacente a él.

Apotema (Ap): es el segmento perpendicular al lado del polígono cuyos extremos son el punto medio del lado y el centro del polígono.

Ángulo central: es el ángulo cuyo vértice es el centro del polígono y sus lados pasan por dos vértices consecutivos.



La suma de los ángulos interiores de un polígono es: $180^\circ \cdot (n - 2)$, donde n es la cantidad de lados.

En un octógono ($n = 8$) la suma de los ángulos interiores es $180^\circ \cdot (8 - 2) = 1080^\circ$

TEST DE COMPRENSIÓN

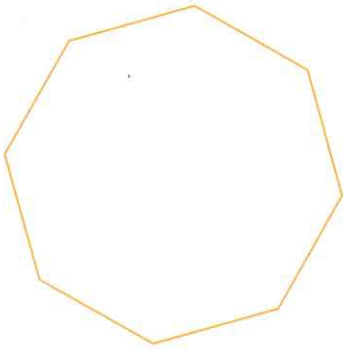
- Respondan y expliquen las respuestas.
 - ¿Existe un polígono regular que tenga un ángulo central de 72° ? ¿Cuál?
 - ¿Existe un polígono regular cuya suma de ángulos interiores es 1200° ? ¿Cuál?
 - Escriban una fórmula que sirva para calcular la cantidad de diagonales que tiene un polígono en función de sus lados.

35. Polígonos

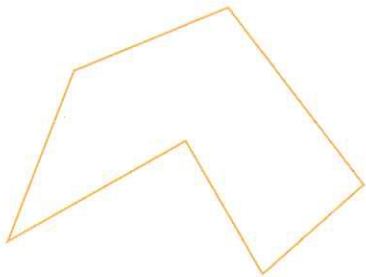
35. Observen atentamente los siguientes polígonos y resuelvan.

Clasifiquen los polígonos según sus lados y según sus ángulos. Luego, calculen la suma de los ángulos interiores de cada uno de los polígonos.

a.

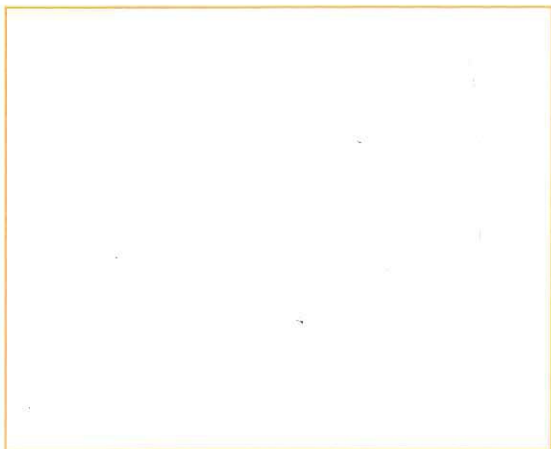


b.



36. Resuelvan.

a. Construyan un pentágono.



b. ¿Cuántas diagonales se pueden trazar desde uno de los vértices? Dibújenlas.

c. ¿En cuántos triángulos quedó dividido el polígono?

d. ¿Cómo se puede calcular la suma de los ángulos interiores del pentágono sin utilizar la fórmula? Expliquen la respuesta.

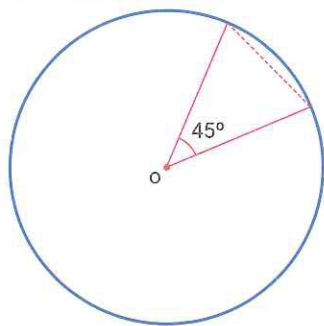
36. Construcción de polígonos regulares

► SABERES DINÁMICOS

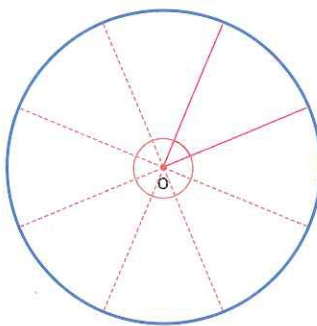
Para **construir un polígono regular con regla, compás y transportador**, se pueden seguir estos pasos.

Por ejemplo, para construir un octógono regular, se puede realizar la siguiente construcción.

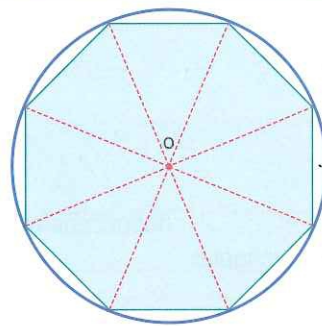
1. Se dibuja una circunferencia y un radio. Se calcula el valor del ángulo central del polígono haciendo $360^\circ : 8 = 45^\circ$.



2. A partir del radio de la circunferencia y tomando como vértice el centro, se dibujan ocho ángulos consecutivos de 45° .



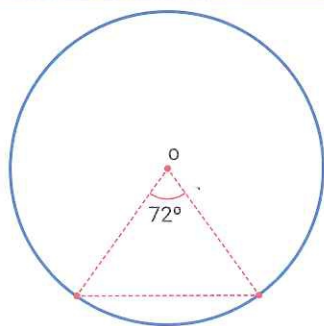
3. Los puntos en donde se cortan los lados de los ángulos con circunferencia son los vértices del octógono.



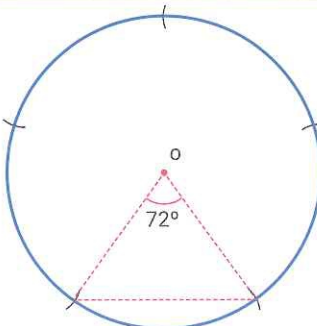
Para **construir un polígono regular a partir de un triángulo isósceles**, se debe cumplir que el cociente entre 360° y la medida del ángulo desigual del triángulo sea un número entero.

Por ejemplo, dado un triángulo isósceles con el ángulo desigual de 72° , se puede realizar la siguiente construcción.

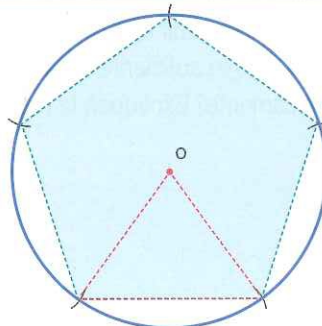
1. Se traza la circunferencia tomando como centro el vértice del ángulo desigual y como radio, uno de los lados iguales.



2. Se toma con compás la medida del lado desigual del triángulo y se marca sucesivamente en la circunferencia comenzando en uno de los vértices del triángulo que interseca a la circunferencia.



3. Se determinan los segmentos que son los lados del polígono regular. El polígono obtenido en este caso es un pentágono.



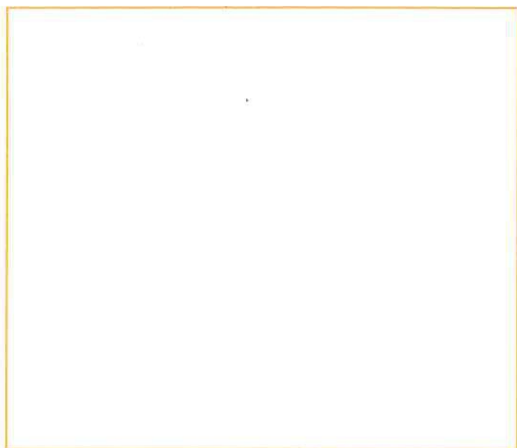
TEST DE COMPRENSIÓN

1. Respondan y expliquen las respuestas.
 - a. El radio de la circunferencia ¿debe tener la misma longitud que el lado del polígono regular?
 - b. La amplitud del ángulo central de un polígono regular, ¿debe ser un número entero?
 - c. Analicen qué polígono regular se puede construir a partir de un triángulo equilátero.

36. Construcción de polígonos regulares

37. Construyan los polígonos regulares indicados en cada caso.

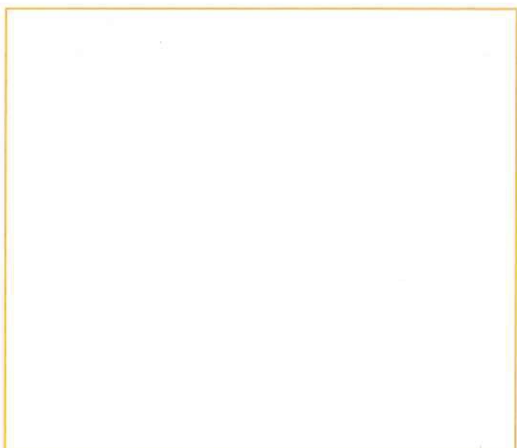
a. Hexágono



c. Dodecágono



b. Decágono



d. Eneágono



38. Respondan.

a. Para construir un hexágono regular de 3 cm de lado, ¿es suficiente saber la medida del lado únicamente? Expliquen la respuesta.

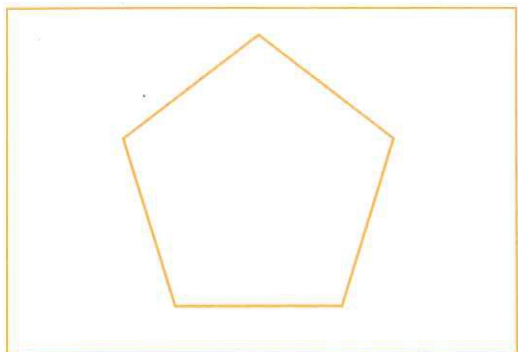
b. Construyan un hexágono regular de 3 cm de lado.



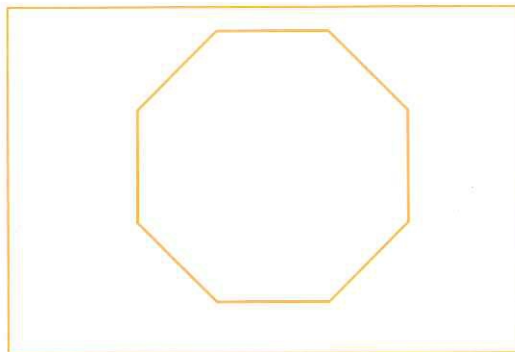
36. Construcción de polígonos regulares

39. Tracen un ángulo central en cada polígono. Expliquen cómo lo resolvieron.

a. Pentágono regular.



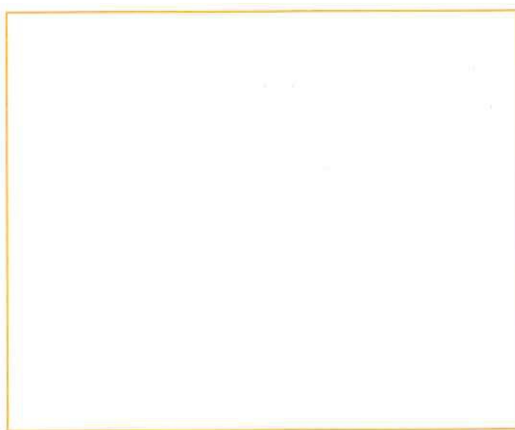
b. Octógono regular.



40. Lean atentamente y respondan. Expliquen la respuesta.

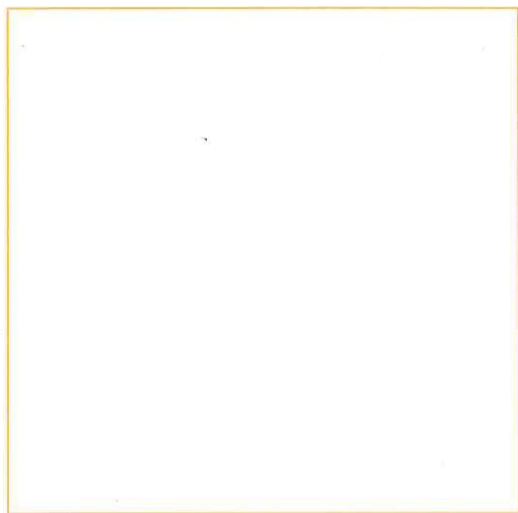
a. Para construir un pentadecágono (polígono de 15 lados) regular ¿se puede comenzar construyendo un ángulo central de 20° ?

b. Construyan un pentadecágono.

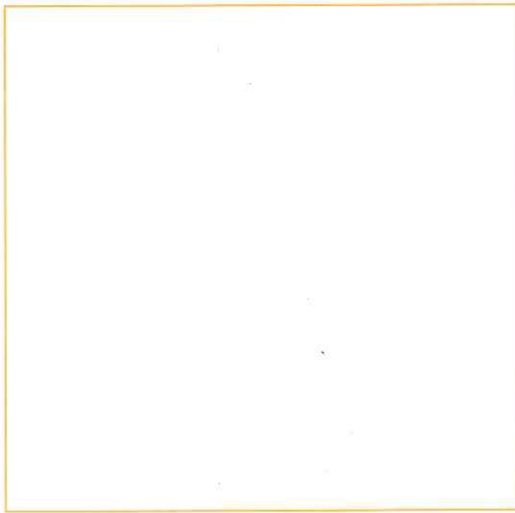


41. Dibujen un polígono regular con la condición indicada en cada caso, cuando sea posible.

a. La suma de los ángulos interiores es de 1260° .



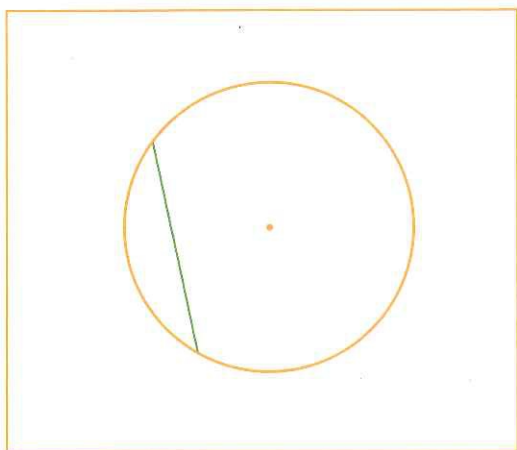
b. La suma de los ángulos interiores es de 530° .



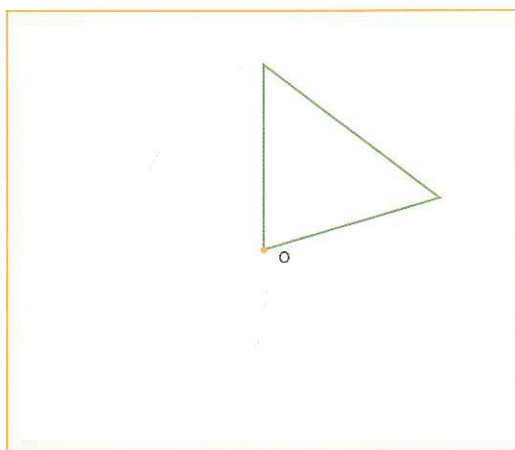
36. Construcción de polígonos regulares

42. Construyan los polígonos regulares con los datos dados en cada caso, cuando sea posible. Escriban los pasos que siguieron para la construcción y el nombre del polígono construido.

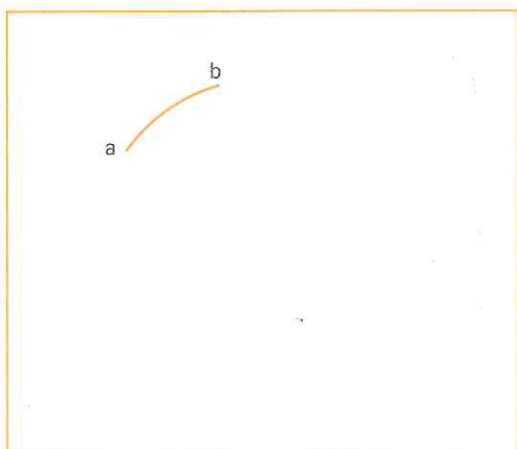
a. Circunferencia circunscripta y un lado del polígono.



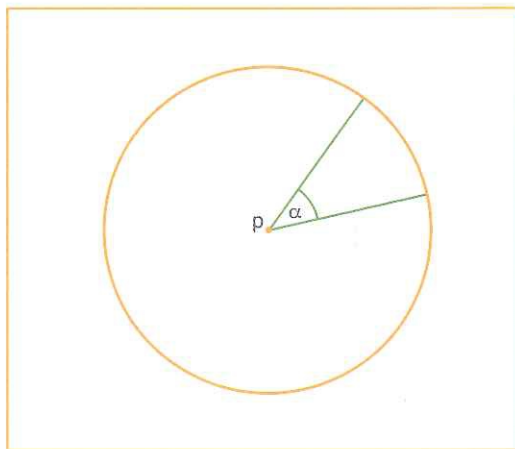
c. Triángulo isósceles.



b. Arco de la circunferencia circunscripta. Los extremos son vértices de lados consecutivos.



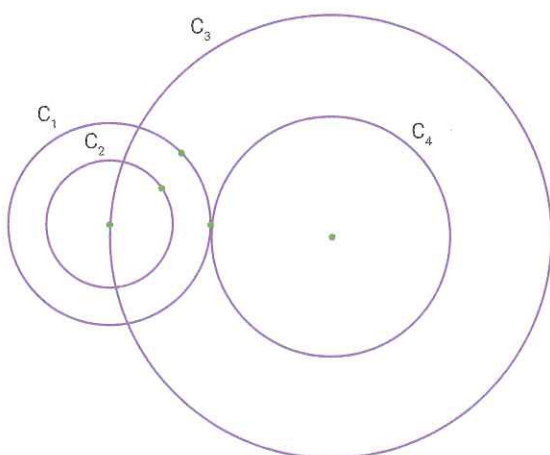
d. Circunferencia circunscripta y ángulo central.



43. Construyan dos circunferencias con las condiciones pedidas en cada caso.

- Una de 3 cm de radio y la otra de 8 cm de diámetro que sean tangentes entre sí.
- Dos circunferencias de 3 cm de radio cada una y que sean secantes entre sí.
- Una circunferencia de 10 cm de diámetro y la otra de 4 cm de radio, de manera que la distancia entre los centros sea de 9 cm. ¿Cómo se clasifican estas circunferencias según su posición?

44. Observen el dibujo y completen con la clasificación correspondiente.



- C_1 y C_2 son .
- C_2 y C_3 son .
- C_1 y C_3 son .
- C_1 y C_4 son .

45. Construyan una circunferencia y luego completen con lo pedido.

- Radio y diámetro.
- Ángulo central de 55° .
- Ángulo central de 200° .
- Marquen el arco que corresponde a cada ángulo dibujado.

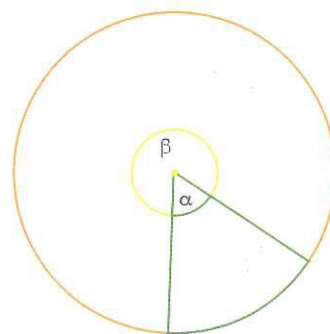
46. Planteen y resuelvan.

a.

Datos:

$$\hat{\alpha} = 2x - 26^\circ$$

$$\hat{\beta} = 7x - 37^\circ$$



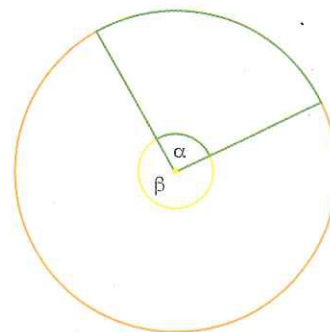
$$x = \text{ } \quad \hat{\alpha} = \text{ } \quad \hat{\beta} = \text{ }$$

b.

Datos:

$$\hat{\alpha} = 3x + 20^\circ$$

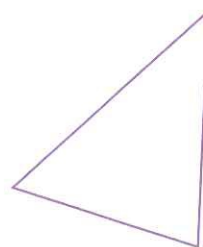
$$\hat{\beta} = 6x + 70^\circ$$



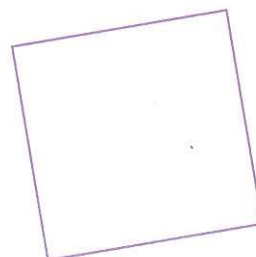
$$x = \text{ } \quad \hat{\alpha} = \text{ } \quad \hat{\beta} = \text{ }$$

47. Construyan una circunferencia que pase por los vértices de las siguientes figuras.

a.



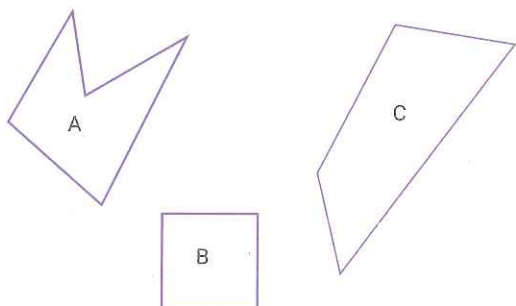
b.



48. Construyan circunferencias que cumplan con las condiciones dadas.

- Que su radio $\overline{oa}$ sea de 4,5 cm.
- Que su diámetro sea de 6,2 cm.
- Dada una cuerda $\overline{ab}$ que no sea diámetro.
- Dados 3 puntos a, b y c que formen un arco de la circunferencia.

49. Observen las figuras y completen con la o las letras que correspondan.



Regular: _____

Irregular: _____

Convexo: _____

Cóncavo: _____

50. Respondan.

- ¿Cuántas diagonales se pueden trazar desde un vértice de un polígono de 20 lados?
- ¿En cuántos triángulos queda dividido?
- ¿Cuál es la suma de los ángulos interiores de ese polígono?

51. Marquen con una X las medidas que pueden ser la suma de los ángulos interiores de un polígono. Expliquen las respuestas.

a. 520° . ☐

b. $1\,440^\circ$. ☐

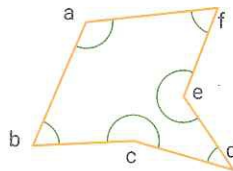
c. 45° . ☐

d. 620° . ☐

e. 54° . ☐

52. Calculen el valor de "x" y de los ángulos pedidos.

a.



Datos:

$$\hat{a} = 3x + 28^\circ$$

$$\hat{d} = x - 3^\circ$$

$$\hat{b} = 2x + 46^\circ$$

$$\hat{e} = 8x + 73^\circ$$

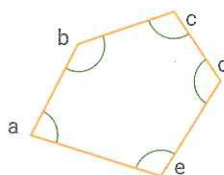
$$\hat{c} = 8x - 15^\circ$$

$$\hat{f} = 41^\circ$$

$$x = \boxed{} \quad \hat{b} = \boxed{} \quad \hat{d} = \boxed{}$$

$$\hat{a} = \boxed{} \quad \hat{c} = \boxed{} \quad \hat{e} = \boxed{}$$

b.



Datos:

$$\hat{a} = 4x + 60^\circ$$

$$\hat{c} = 22x - 5^\circ$$

$$\hat{e} = 6x + 78^\circ$$

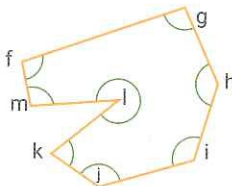
$$\hat{b} = 12x + 75^\circ$$

$$\hat{d} = 25x - 13^\circ$$

$$x = \boxed{} \quad \hat{b} = \boxed{} \quad \hat{d} = \boxed{}$$

$$\hat{a} = \boxed{} \quad \hat{c} = \boxed{} \quad \hat{e} = \boxed{}$$

c.



Datos:

$$\hat{f} = 8x + 9^\circ$$

$$\hat{l} = 12x - 19^\circ$$

$$\hat{n} = 30x - 42^\circ$$

$$\hat{g} = 5x + 23^\circ$$

$$\hat{j} = 7x + 32^\circ$$

$$\hat{m} = 4x + 45^\circ$$

$$\hat{h} = 15x - 30^\circ$$

$$\hat{k} = 90^\circ$$

$$x = \boxed{} \quad \hat{h} = \boxed{} \quad \hat{k} = \boxed{}$$

$$\hat{f} = \boxed{} \quad \hat{l} = \boxed{} \quad \hat{n} = \boxed{}$$

$$\hat{g} = \boxed{} \quad \hat{j} = \boxed{} \quad \hat{m} = \boxed{}$$

7

Perímetro, área y volumen

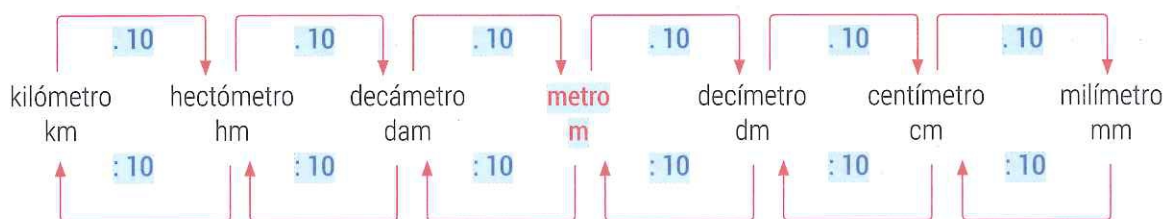
37. Perímetro y área de figuras planas

► SABERES DINÁMICOS

Medir una longitud es compararla con otra cantidad determinada como unidad de medida. Se debe calcular cuántas veces está contenida la unidad elegida en esa longitud.

Actualmente se usa el **sistema métrico decimal**.

La unidad de longitud más importante es el metro (m).



Perímetro y área

El **perímetro** de una figura es igual a la suma de la medida de todos los lados.
El **área** es la cantidad de superficie que ocupa una figura.

Dinámica TConecta

Ingresa en [puerto.pub/periar](https://www.youtube.com/watch?v=wYNvY_bOGdc) * para conocer más acerca del significado de perímetro y de área.

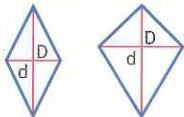
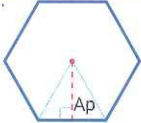
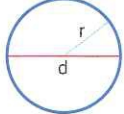
*Enlace acortado de https://www.youtube.com/watch?v=wYNvY_bOGdc

Figura	Fórmula del área
Triángulo 	$\text{Área} = \frac{B \cdot H}{2}$
Cuadrado 	$\text{Área} = L^2$
Rectángulo 	$\text{Área} = B \cdot H$
Paralelogramo 	$\text{Área} = B \cdot H$
Trapezio 	$\text{Área} = \frac{(B + b) \cdot H}{2}$

TIP

Para sumar las medidas de los lados de una figura, todas deben estar expresadas en la misma unidad.

37. Perímetro y área de figuras planas

Figura	Fórmula del área
Rombo y romboide	 $\text{Área} = \frac{D \cdot d}{2}$
Polígono regular	 $\text{Área} = \frac{\text{perímetro} \cdot \text{apotema}}{2}$
Círculo	 $\text{Área} = \pi \cdot r^2$ $\text{Perímetro} = \pi \cdot d$

TEST DE COMPRENSIÓN

- Respondan y expliquen las respuestas.
 - ¿A cuántos metros equivale 1 kilómetro?
 - Si el lado de un cuadrado mide 5 cm, ¿cuál es su perímetro?
 - Si el lado de un cuadrado mide 5 cm, ¿cuál es su área?
 - Confeccionen una tabla que incluya las fórmulas del perímetro y del área de cada tipo de figura.

ACTIVIDADES

37. Perímetro y área

- Completen, expresando la misma medida en distintas unidades.

km	m	cm	mm
			3152
		178	
1,5			
	204		

- Ordenen de menor a mayor:

45,5 m; 45,6 dam; 4 550 mm; 45,6 dm

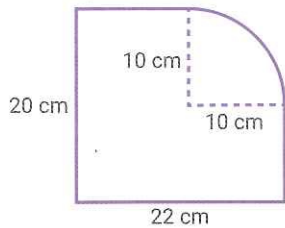
- Lean atentamente y respondan.

En un juego, Guadalupe y Julieta dieron 200 pasos. Si Guadalupe hizo todos sus pasos de 50 cm y Julieta, todos sus pasos de 0,055 dam, ¿cuántos metros recorrió cada una?

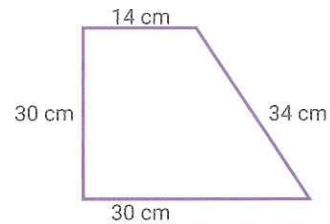
37. Perímetro y área

4. Calculen el perímetro de las siguientes figuras.

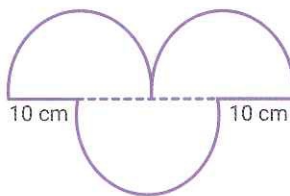
a.



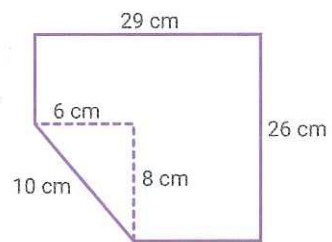
d.



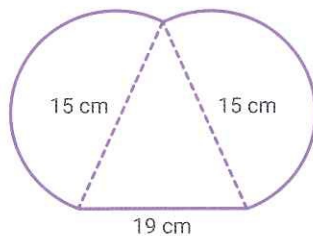
b.



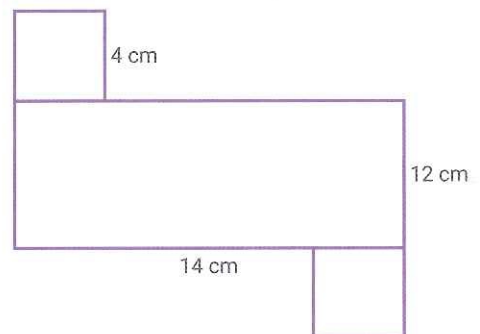
e.



c.



f.



DinámicaMente

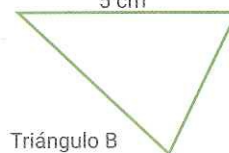
El perímetro del triángulo A es de 12 cm; el perímetro del triángulo B es de 17 cm y la figura C está formada por la unión de los triángulos, como se indica el dibujo.
¿Cuál es el perímetro de la figura C?

Triángulo A



5 cm

5 cm



Triángulo B

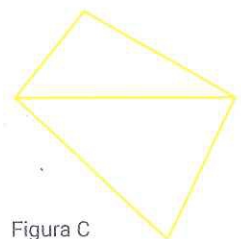


Figura C

37. Perímetro y área

5. Expliquen cuál es la diferencia entre círculo y circunferencia. Comparen sus explicaciones.

6. Lean atentamente y respondan. Expliquen la respuesta.

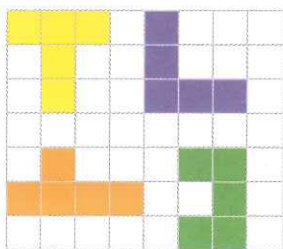
Laura tiene una copa con las siguientes medidas: el radio de la circunferencia superior de la copa es de 3 cm y la altura de la copa es de 18,5 cm. ¿Qué es mayor: la altura de la copa o el perímetro de la circunferencia superior?

7. Dibujen dos figuras distintas cuyo perímetro sea de 10 cm y, luego, calculen el área de cada una.

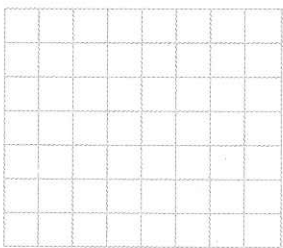
8. Observen y respondan.

Se llama *pentáminos* a las figuras que se pueden formar con 5 cuadraditos (deben unirse coincidiendo al menos uno de sus lados).

a. Hallen el perímetro y el área de cada *pentámino* (cada cuadradito tiene un área de 1 cm^2).



b. Dibujen otras tres figuras *pentáminos* e indiquen cuál es el perímetro y el área de cada una.



37. Perímetro y área

9. Tomen como referencia 1 m^2 y, sin realizar ninguna otra medida, resuelvan.

a. Estimen el área de los siguientes objetos y clasifíquenlos en la tabla.

- La puerta del aula.
- El pizarrón.
- El escritorio del docente.
- La carpeta o cuaderno de clase.
- La ventana del aula.

Área menor que $\frac{1}{2} \text{ m}^2$	Área entre $\frac{1}{2} \text{ m}^2$ y 1 m^2	Área mayor que 1 m^2

b. Agreguen cuatro objetos a la tabla para que queden completos todos los casilleros.

10. Resuelvan.

a. Calculen el área de las figuras dibujadas y anoten los resultados en la tabla.

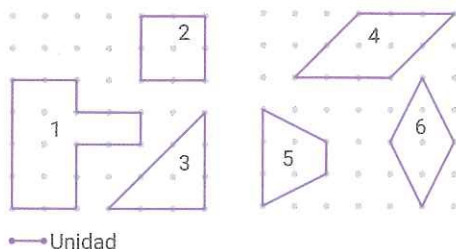


Figura	1	2	3	4	5	6
Área						

b. El teorema de Pick es una fórmula que relaciona el área de un polígono cuyos vértices tienen coordenadas enteras con el número de puntos en su interior, y en su borde que tengan también coordenadas enteras. Verifiquen los resultados de la tabla anterior usando la fórmula de Pick: $A = I + \frac{C}{2} - 1$, donde A = área del polígono.

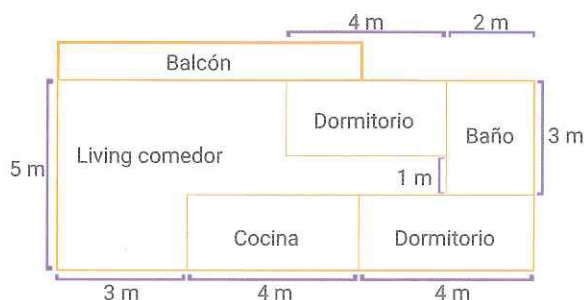
I = número de puntos del cuadrículado que son interiores al polígono.

C = número de puntos del cuadrículado que pertenecen al contorno del polígono.



11. Observen y respondan.

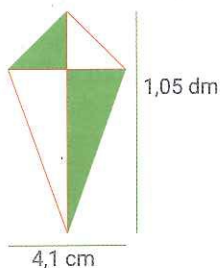
Si 1 m^2 de porcelanato cuesta \$900, ¿cuánto dinero se necesita para la colocación del piso de este departamento, sin incluir el balcón? (Sin incluir la mano de obra ni otros materiales).



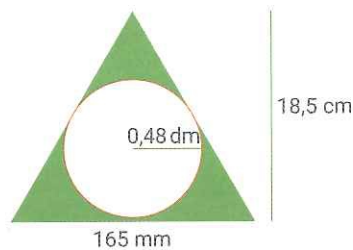
37. Perímetro y área

12. Calculen el área sombreada de las siguientes figuras, en cm^2 .

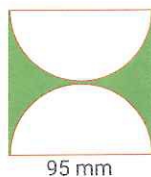
a.



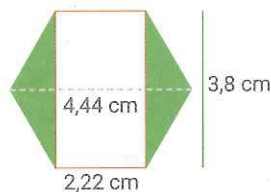
d.



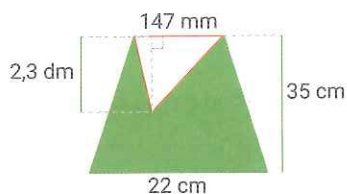
b.



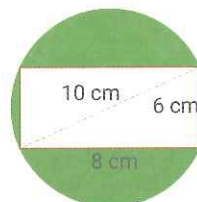
e.



c.



f.



13. Reúnanse en grupos y realicen la siguiente actividad en sus carpetas.

a. Seleccionen un desperdicio entre los siguientes:

- Una lata de gaseosa.
- Un plato descartable.
- Una cajita de jugo.

b. Midan sus dimensiones.

c. Determinen las dimensiones de un lugar de la escuela (aula, patio, etc.).

d. Estimen qué cantidad del objeto elegido es necesaria para cubrir ese lugar.

e. Investiguen qué cantidad del objeto elegido es desechado por día en la Argentina. Luego, busquen alguna relación con la cantidad estimada en el ítem anterior y escriban una reflexión.

38. Área lateral y total de cuerpos

► SABERES DINÁMICOS

El **área lateral** de un poliedro es la suma de las áreas de todas las caras laterales.

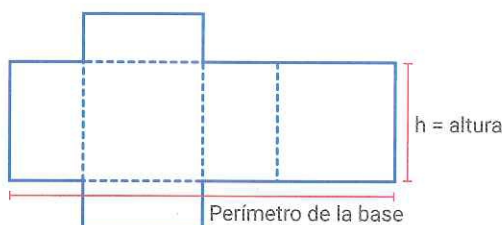
El **área total** de un poliedro es la suma de las áreas de todas sus caras.

Para calcular el área de un cuerpo, se puede dibujar primero su desarrollo en el plano.

Área del prisma

Área lateral = perímetro de la base $\cdot$ h

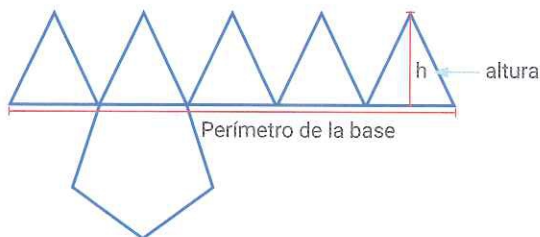
Área total = área lateral + 2 $\cdot$ área de la base



Área de la pirámide

Área lateral = $\frac{\text{perímetro de la base} \cdot h}{2}$

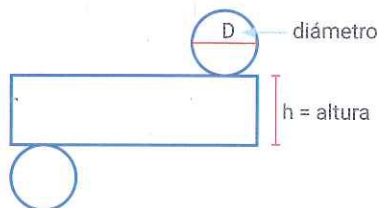
Área total = área lateral + área de la base



Área del cilindro

Área lateral = $\pi \cdot D \cdot h$

Área total = $D \cdot h \cdot \pi + 2\pi \cdot r^2$



Áreas dinámicas [Matemática y Ciencias Sociales]

La gran pirámide de Giza (también llamada pirámide de Keops) es la más grande de las pirámides de Egipto. Según el historiador Heródoto, se construyó de modo que el área de una cara sea igual a la de un cuadrado cuyo lado es la altura de la pirámide.

TEST DE COMPRENSIÓN

1. Respondan y expliquen las respuestas.
 - a. Un prisma ¿puede tener base triangular?
 - b. ¿Cómo se calcula el área total de un prisma de base hexagonal?
 - c. Escriban la fórmula del área total del cilindro usando el diámetro en lugar del radio.

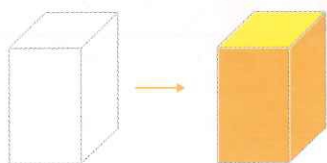
38. Área lateral y total de cuerpos



14. Resuelvan con un compañero.

Se quiere pintar algunos cuerpos de la siguiente manera: las caras, con color naranja y las bases, con amarillo.

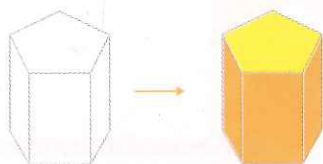
a. En un prisma de base cuadrada,...



• Si la medida de la arista de la base es 12 cm, ¿cuántos cm^2 del prisma se pintan de amarillo?

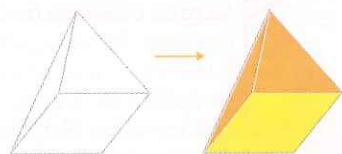
• Si además se sabe que la altura es de 20 cm, ¿cuántos cm^2 del prisma se pintan de naranja?

b. En un prisma de base pentagonal,...



• Si la arista de la base es 15 cm; el apotema, 10 cm y la altura, 20 cm, ¿cuántos cm^2 de cada color se pintan?

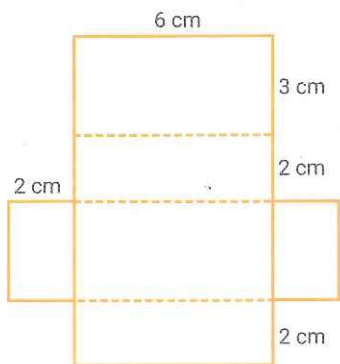
c. En una pirámide de base cuadrada,...



• Si la medida de la altura de la pirámide es de 12 cm y el perímetro de la base es 40 cm, ¿cuántos cm^2 de la pirámide se pintan de amarillo? ¿Y de naranja?

15. Indiquen qué cuerpo se puede formar en cada caso. Luego, calculen el área lateral y el área total de cada uno.

a.

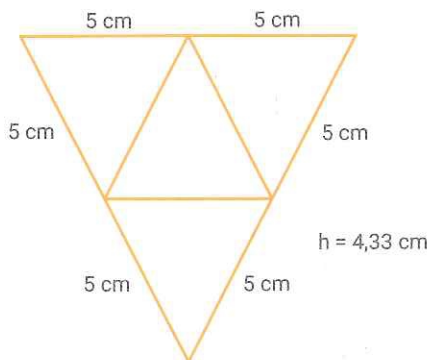


Nombre del cuerpo: _____

Área lateral: _____

Área total: _____

b.



Nombre del cuerpo: _____

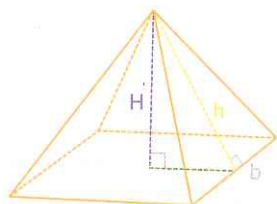
Área lateral: _____

Área total: _____

38. Área lateral y total de cuerpos



16. Lean atentamente y resuelvan con un compañero.



La relación que se explica en la plaqueta "Áreas dinámicas" de la página 131 se puede representar con la fórmula:

$$\frac{b \cdot h}{2} = H^2$$

a. ¿Qué relación tiene el segmento verde con la arista de la base de la pirámide?

b. Completen la tabla con el dato de la dimensión que falta en cada pirámide de base cuadrada. Luego, indiquen si se cumple la misma relación que en la gran pirámide de Giza.

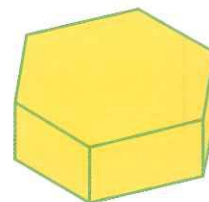
Arista de la base	Altura de la cara	Altura de la pirámide	¿Cumple la relación?
10 m	8,09 m		
	11,66 m	10 m	
15 m		9,54 m	

17. Respondan.

Para una fiesta de 15 años, se contrató un conjunto que actuará sobre una tarima hexagonal de 5 m de lado, apotema de 4,35 m y 40 cm de alto.

¿Cuántos m² de madera se necesitan para construir la tarima?

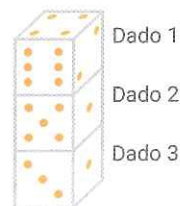
Tengan en cuenta que la base que va al piso no lleva madera.



18. Lean atentamente y respondan.

Los dados son cubos con un sistema especial de numeración en los que se aplica la siguiente regla: el número total de puntos en dos caras opuestas es siempre siete.

Se puede observar en el dibujo tres dados colocados uno encima del otro. El dado 1 tiene cuatro puntos en la cara de arriba. ¿Cuántos puntos hay en total en las cinco caras horizontales que no se pueden ver (cara de abajo del dado 1, caras de arriba y debajo de los dados 2 y 3)?



38. Área lateral y total de cuerpos

19. Resuelvan.

Una lata cilíndrica de gaseosa tiene 10 cm de diámetro y 12 cm de altura.

a. Dibujen el desarrollo de la lata indicando las dimensiones de las figuras que lo forman en su totalidad.

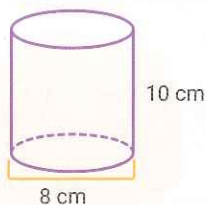
b. Calculen la cantidad de cm^2 de lata que se necesitan para armar el cuerpo cilíndrico.

c. ¿Cuántos cm^2 se necesitan para armar una docena de latas?

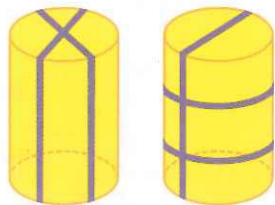


20. Reúnanse en grupos y resuelvan.

a. En una fábrica se debe calcular el costo de fabricación de latas de tomates con las dimensiones del dibujo. ¿Cuál es el área de hojalata requerida para la fabricación de las latas?



b. Dos paquetes cilíndricos de igual tamaño se atan de dos formas diferentes como indican los dibujos. En el primer paquete la cinta pasa por los centros de las bases. En el segundo también pasan por los centros de las bases y cada vuelta de la cinta en la parte lateral es paralela a la base. El radio de la base mide 15 cm y la altura, 40 cm. ¿En qué caso se utiliza menos cinta para atar el paquete sin tener en cuenta el desperdicio en los nudos? Expliquen cómo lo hicieron.



DinámicaMente

Un envase de galletitas redondas tiene un área total de $28 \cdot \pi \text{ cm}^2$. Si las galletitas tienen 4 cm de diámetro y 0,5 cm de alto, ¿cuántas galletitas hay en el envase?

21. Completen para que las medidas sean equivalentes.

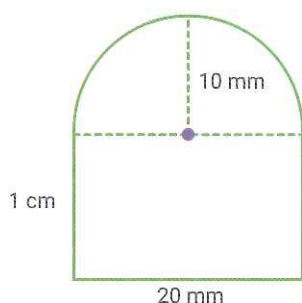
a. $3,5 \text{ m} + 40 \text{ cm} = \square \text{ dm}$

b. $3 \text{ km} - \square \text{ dam} = 27,2 \text{ hm}$

c. $7,8 \text{ m} + 0,43 \text{ hm} = 5,08 \square$

d. $1250 \square + 2 \text{ dam} = 21,25 \text{ m}$

22. Calculen el perímetro de la figura.



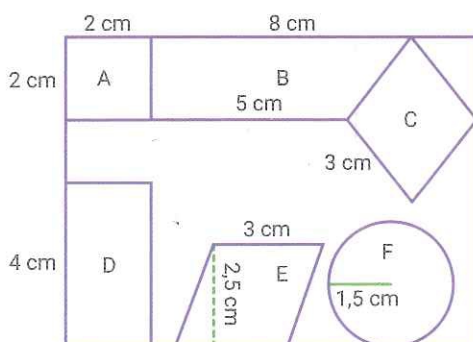
23. Escriban tres objetos cuyas áreas puedan estimar que tienen las siguientes medidas.

a. Entre 10 cm^2 y 20 cm^2 .

b. Entre 5 cm^2 y 10 cm^2 .

c. Menos de 5 cm^2 .

24. Observen la siguiente figura y resuelvan.



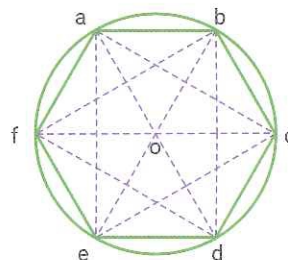
a. Indiquen el nombre de cada figura.

b. Calculen el perímetro de las figuras A, C, D y F.

c. Calculen el área de las figuras B, E y F.

25. Lean atentamente y resuelvan.

Se ha inscrito un hexágono de 5 cm de lado y de 4,35 cm de apotema en una circunferencia como muestra la siguiente figura.

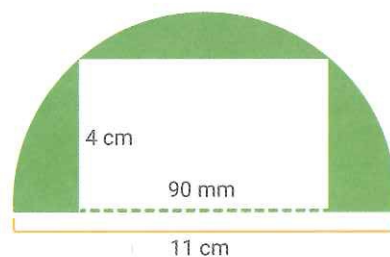


Reconozcan las distintas figuras que se pueden hallar en la ilustración y completen la tabla.

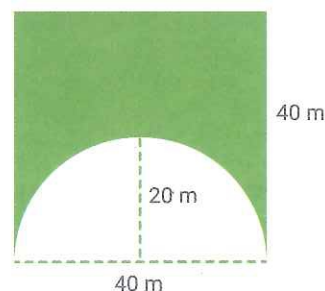
Polígono	Nombre	Área
abcd		
abco		
abde		
fbd		
abcdef		

26. Calculen el área de cada figura sombreada.

a.



b.



27. Lean atentamente y respondan.

Un grupo de chicos armó un cubo de cartulina de 1 dm de arista para guardar un regalo para su docente por el Día del Profesor. Para decorarlo, cubrieron todas las aristas con cinta de color rojo.

- ¿Cuántos metros de cinta usaron?
- ¿Cuántos cm^2 de cartulina necesitaron?

28. Resuelvan.

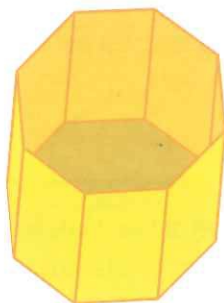
Un baúl para herramientas tiene las siguientes dimensiones: largo 1,35 m, ancho 48 cm y alto 5,1 dm. ¿Cuál es el área total del baúl (con tapa)?

29. Calculen el área del vidrio de esta pecera.



30. Lean atentamente y resuelvan.

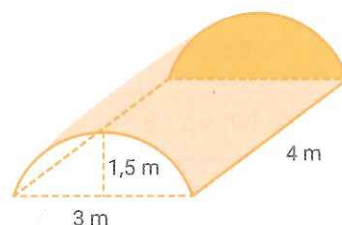
- Un papelerero con forma de prisma octogonal se debe forrar con papeles de colores por dentro y por fuera. La base se deja como está. La altura es de 34 cm, cada arista de la base mide 1 dm y la apotema, 0,87 dm. ¿Cuántos cm^2 de papel se necesitan?



- Se desea pintar el exterior de un tanque de forma cilíndrica de 1,2 m de diámetro y 1,5 m de alto. Si el costo de la mano de obra es de \$200 por m^2 , ¿cuánto se gastará por el trabajo?

31. Resuelvan.

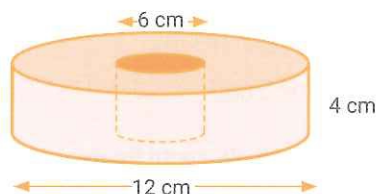
El tinglado de un garaje necesita una estructura de policarbonato como muestra la imagen.



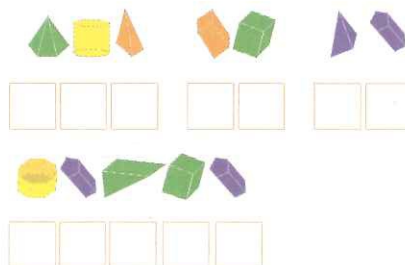
- ¿Qué forma tiene la estructura para armar el techo?
- ¿Cuántos metros de caño se necesitan para los marcos?
- ¿Cuántos m^2 de policarbonato se necesitan para cubrirlo?

32. Lean atentamente y resuelvan.

Una fábrica metalúrgica produce piezas cilíndricas huecas como la de la imagen. ¿Cuál es el área total de la pieza?



33. Descifren el mensaje oculto.



39. Unidades de capacidad y unidades de volumen

► SABERES DINÁMICOS

Se llama **volumen** al lugar que ocupa un cuerpo, y **capacidad** a aquello que puede contener.

Unidades de volumen

Un **metro cúbico** (1 m^3) es el volumen que ocupa un cubo de 1 m de arista.

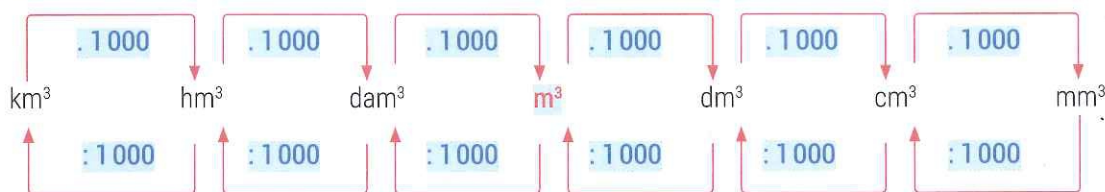
Para armar 1 m^3 son necesarios 1000 dm^3 .

Para pasar de una unidad de volumen a otra que sea su inmediata inferior, se debe multiplicar por 1 000, y para pasar a su superior, se debe dividir por 1 000.

Dinámica TConecta

Ingresa en puerto.pub/volum * para entender el concepto de volumen y de capacidad.

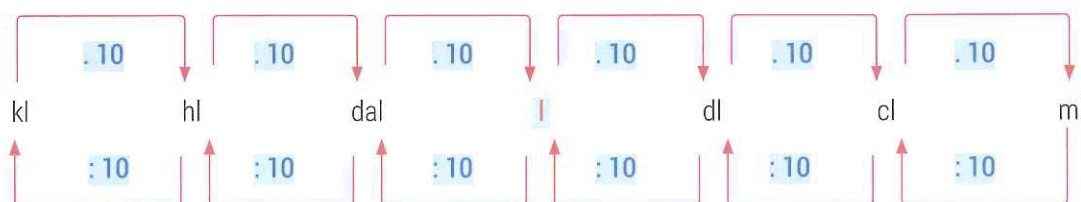
* Enlace acortado de <https://youtu.be/AJ0703EA91Y?t=757>



Unidades de capacidad

La capacidad de un cuerpo se mide en **litros**.

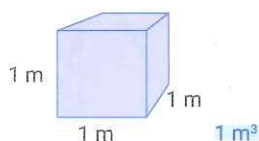
Un litro es la cantidad contenida en un volumen de un decímetro cúbico (1 dm^3).



Relación entre volumen y capacidad

Un cubo de 1 metro de arista equivale a 1 000 litros.

Volumen	$\rightarrow 1 \text{ m}^3$	1 dm^3	1 cm^3
Capacidad	$\rightarrow 1 \text{ kl}$	1 l	1 ml



Áreas dinámicas [Matemática y Ciencias Naturales]

Los embalses son grandes almacenamientos de agua. Su construcción lleva implícita la incorporación de un sistema que informa el nivel de agua existente en él y a partir del cual se tiene conocimiento de las reservas de agua disponibles. Las escalas están graduadas en centímetros y con ese dato se puede calcular el volumen de agua que puede contener. Una vez lleno de agua, y gracias a que se sabe que en 1 dm^3 cabe 1 litro, el cálculo es muy sencillo.

TEST DE COMPRENSIÓN

- Respondan y expliquen las respuestas.
 - Un recipiente de 1000 cm^3 ¿se puede llenar con 1 litro de nafta?
 - ¿Cuántos cubos de 1 cm^3 forman un cubo de 3 cm de arista?
 - Realicen una tabla de doble entrada que muestre las equivalencias de 1 m^3 , 1 dm^3 y 1 cm^3 con kl, l y ml, cada una.

39. Unidades de capacidad y unidades de volumen

34. Expresen en la unidad que se indica.

a. $4\,567\text{ m}^3 = \boxed{}\text{ dm}^3$

d. $3\,400\text{ cm}^3 = \boxed{}\text{ mm}^3$

b. $9\,321\,000\text{ m}^3 = \boxed{}\text{ hm}^3$

e. $0,23\text{ dam}^3 = \boxed{}\text{ m}^3$

c. $5\text{ mm}^3 = \boxed{}\text{ cm}^3$

f. $12\,000\,000\text{ mm}^3 = \boxed{}\text{ m}^3$

35. Completen con $>$, $<$ o $=$ según corresponda.

a. $5\text{ cl} \boxed{} 53\text{ ml}$

c. $1\,500\text{ ml} \boxed{} 1,5\text{ l}$

b. $1,2\text{ kl} \boxed{} 9\,000\text{ dl}$

d. $354\text{ cl} \boxed{} 0,3\text{ l}$

36. Unan con flechas las cantidades equivalentes.

a. 1 litro

• 10 dm^3

b. 10 litros

• $1\,000\text{ cm}^3$

c. $0,001\text{ hl}$

• $10\,000\text{ mm}^3$

d. 10 ml

• 100 cm^3

37. Lean atentamente y resuelvan.

Carolina y su hermano tienen catarro y el médico les recetó tomar un jarabe. La dosis recomendada es una cucharada de $2,5\text{ cm}^3$ tres veces al día. ¿Cuántos días podrán tomar el medicamento si el frasco tiene una capacidad de un octavo de litro?

38. Indiquen cuál de estos envases contiene más líquido. Expliquen cómo se dan cuenta.



$2\,000\text{ cm}^3$



$2\frac{1}{4}\text{ L}$

DinámicaMente

Se colocaron $\frac{3}{4}$ litros de agua en un recipiente cúbico de 1 dm de arista.

a. ¿Qué altura, en cm , tiene el agua del recipiente?

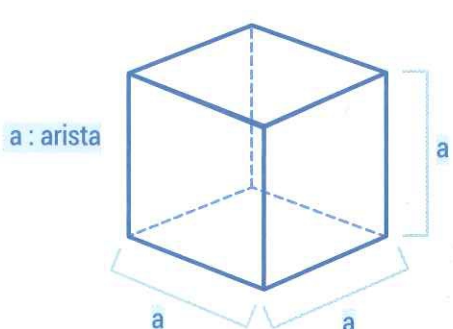
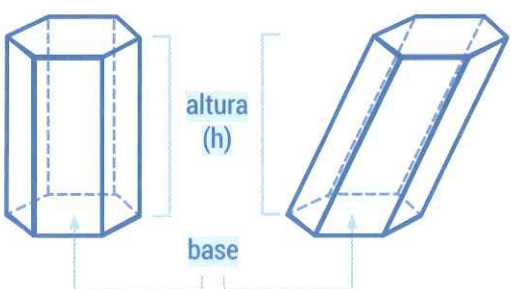
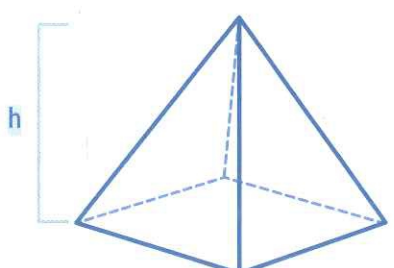
b. ¿Cuántos cm^3 quedan sin agua?

40. Volumen de poliedros

► SABERES DINÁMICOS



En la siguiente tabla se presentan las fórmulas del **volumen del cubo** (como caso especial del prisma), del **prisma** y de la **pirámide**.

	Cuerpo	Fórmula del volumen
Cubo		a^3
Prisma		área de la base $\cdot$ h
Pirámide		$\frac{1}{3} \cdot$ área de la base $\cdot$ h

TEST DE COMPRENSIÓN

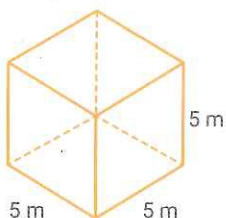
1. Respondan y expliquen las respuestas.

- Si el volumen de un cubo es 125 cm^3 , ¿cuál es el área de sus bases?
- Si el área de la base de un prisma es 12 cm^2 y tiene 10 cm de alto, ¿cuál es el volumen?
- ¿Es cierto que el volumen de una pirámide es tres veces más grande que el volumen de un prisma que tiene su misma base y altura? ¿Por qué?

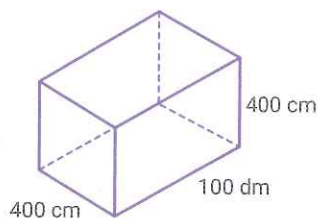
40. Volumen de poliedros

39. Indiquen cuál es el volumen de cada cuerpo. Exprésenlo en m^3 .

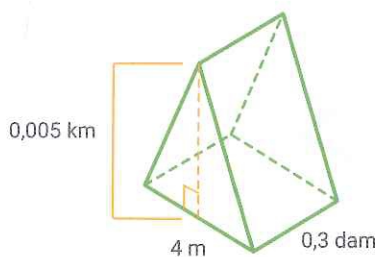
a.



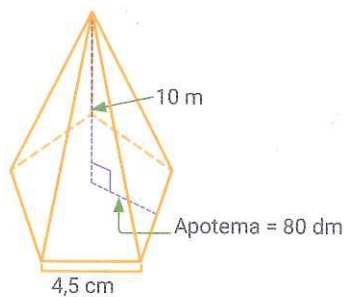
d.



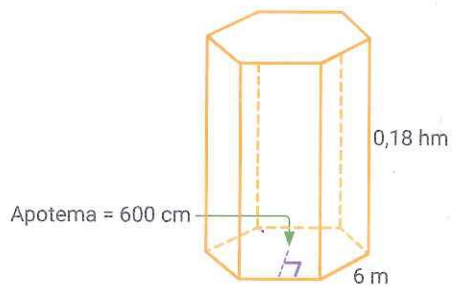
b.



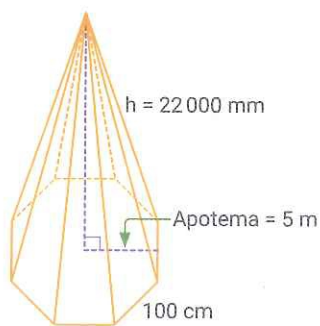
e.



c.



f.



40. Volumen de poliedros



40. Lean atentamente y resuelvan.

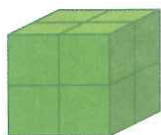
Daniela construye bloques pegando cubos pequeños como el siguiente:



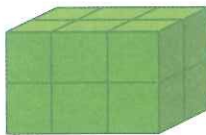
Cubo pequeño

Estos son los bloques que quiere formar Daniela:

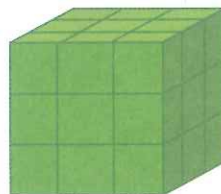
A



B



C



a. ¿Cuántos cubos pequeños necesita Daniela para formar el bloque C?

b. Si el área de cada cubo pequeño es de 4 cm^2 , ¿cuál será el volumen del bloque B?

41. Lean atentamente y resuelvan.

El siguiente cuerpo tiene una altura de 5 cm y el área de su base es 9 cm^2 .

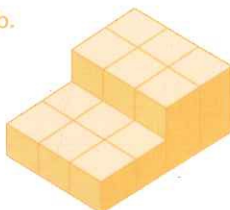


¿Qué volumen tiene cada uno de los siguientes cuerpos?

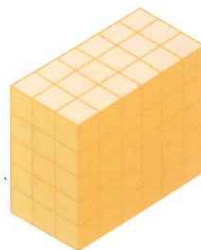
a.



b.



c.



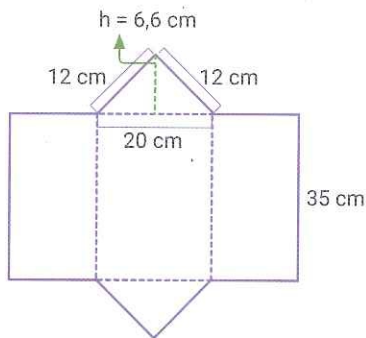
Volumen: _____

Volumen: _____

Volumen: _____

40. Volumen de poliedros

42. Tengan en cuenta el desarrollo plano de la siguiente figura y respondan.



a. ¿De qué cuerpo se trata?

b. ¿Cuál es su volumen en litros?

43. Resuelvan.

Una piscina tiene forma de prisma rectangular, de dimensiones 25 m de largo, 15 m de ancho y 3 m de profundidad. ¿Cuántos litros de agua son necesarios para llenar los $\frac{4}{5}$ de su capacidad?

44. Lean atentamente y resuelvan.

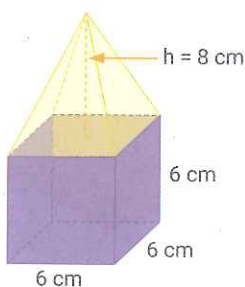
Desde 1989, el museo del Louvre, en París, exhibe en su entrada una enorme pirámide de vidrio que tiene como altura aproximada 22 metros y la base es un cuadrado de 30 metros de lado.

a. ¿Qué área del piso cubre la base de la pirámide?

b. ¿Cuántas caras tiene la pirámide? ¿Qué forma tienen sus caras?

c. ¿Cuál es el volumen de la pirámide?

45. Tengan en cuenta las medidas señaladas y calculen el volumen de este cuerpo compuesto.

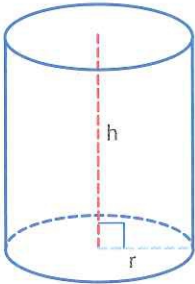
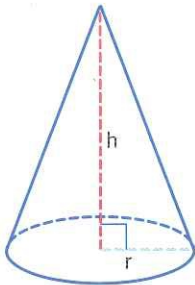
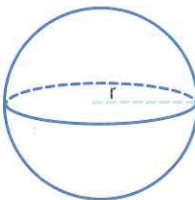


41. Volumen de cuerpos redondos

► SABERES DINÁMICOS



En la siguiente tabla se presentan las fórmulas del volumen del cilindro, del cono y de la esfera.

Cuerpo		Fórmula del volumen
Cilindro		$\pi \cdot r^2 \cdot h$
Cono		$\frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h$
Esfera		$\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$

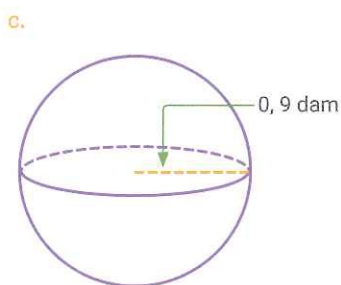
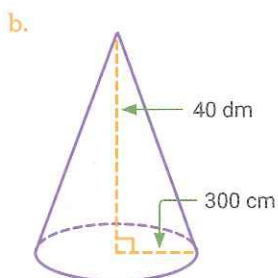
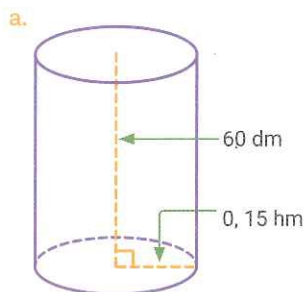
TEST DE COMPRENSIÓN

1. Respondan y expliquen las respuestas.

- ¿Es cierto que para calcular el volumen de un cilindro, hay que multiplicar el área de la base por la altura del cuerpo?
- Si el área de la base de un cono es de $78,5 \text{ cm}^2$ y tiene 10 cm de alto, ¿cuál es el volumen?
- ¿Es cierto que el volumen de un cilindro es tres veces más grande que el volumen de un cono que tiene su mismo radio de base y altura? ¿Por qué?

41. Volumen de cuerpos redondos

46. Indiquen cuál es el volumen de cada cuerpo. Exprésenlo en m^3 .



47. Calculen la altura de la lata.



48. Calculen la altura de un cono de 10 dm de radio, si su capacidad es de 2000 litros.

41. Volumen de cuerpos redondos

49. Lean atentamente y resuelvan.

- a. En una fábrica de hielo se preparó un nuevo lanzamiento: producir hielo en esferas de dos tamaños diferentes. El modelo A tiene 50 mm de radio y el modelo B, 6 cm de diámetro. ¿Cuál es el volumen, en cm^3 , de cada hielito producido?

- b. Franco compró una bocha de helado (semiesfera) en un cucurucho de 12 cm de altura y 5 cm de diámetro. Miguel tomó helado en un vasito cilíndrico de 3 cm de radio y 8 cm de altura, y el copete que le sirvieron era una semiesfera. ¿Quién tomó más helado?

50. Lean atentamente y respondan.

Aprovechando uno de los recursos renovables de la naturaleza y con el objeto de llevar agua potable desde una ciudad a los pueblos cercanos, se desea construir un río subterráneo con una cañería cilíndrica recta, de 16 km de longitud y 35 dm de diámetro.

- a. Calculen el volumen, en litros, de agua que puede correr.

- b. ¿Por qué sería importante este río subterráneo?

DinámicaMente

Se desea fabricar un jarrón de hojalata de forma cilíndrica, de manera que su altura sea los $\frac{3}{2}$ de su radio y su capacidad, 10 litros.

- a. ¿Cuántos cm^2 de hojalata se necesitan para confeccionar el jarrón, teniendo en cuenta que no lleva tapa?
- b. ¿Qué porcentaje se usa de una chapa de hojalata de 1 m^2 ?

41. Volumen de cuerpos redondos

51. Lean atentamente y resuelvan.

a. ¿Cuántos vasos de forma cilíndrica de 6 cm de diámetro y 8 cm de altura se pueden llenar con el contenido de una botella de 2,25 litros?

b. ¿Cuántas copas de forma cónica de 6 cm de diámetro y 8 cm de altura se pueden llenar con el contenido de una botella de 2,25 litros?

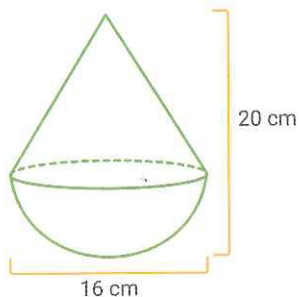
c. Expliquen cómo podrían resolver el ítem b sin usar la fórmula del volumen.

52. Resuelvan.

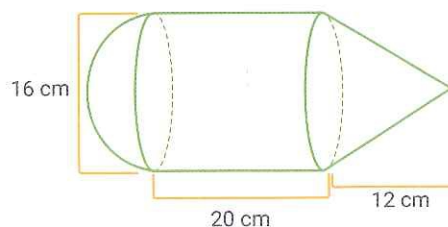
En una bodega se utilizó un barril con 0,35 kl de vino para llenar distintos recipientes. Se llenaron 9 damajuanas de 1 dal y 15 de 50 dl, 8 botellones de 4,5 l y 48 botellas de 75 cl. ¿Cuántos cm^3 quedan en el barril?

53. Tengan en cuenta las medidas señaladas y calculen el volumen de las figuras compuestas.

a.



b.



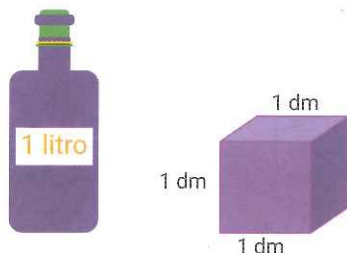
54. Escriban el nombre de tres objetos que tengan un volumen aproximado de 1 m^3 ; 1 dm^3 ; 1 cm^3 y 1 mm^3 .

55. Indiquen cuántos dm^3 le falta o le sobra a cada cantidad para llegar a 1 m^3 .

- a. 999 dm^3
- b. $99\,900 \text{ cm}^3$
- c. $0,999 \text{ dam}^3$

56. Lean atentamente y resuelvan.

- a. En un recipiente con forma de cubo que tenga 1 dm de largo, 1 dm de ancho y 1 dm de alto, cabe 1 litro de agua. ¿Cuántos litros caben en un recipiente de 1 m de largo, 1 m de ancho y 1 m de alto?



- b. El siguiente jugo tiene 4,5 cm de ancho, 3 cm de largo y 9 cm de alto. Lean lo que dice la tapa del jugo e indiquen si es correcto que tiene ese contenido? Expliquen cómo se dan cuenta.

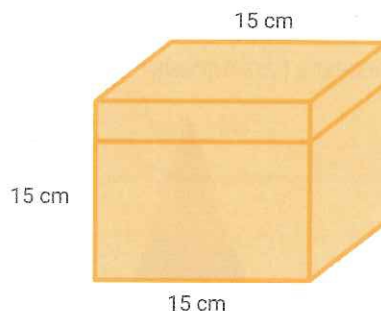


57. Reúnanse con un compañero y encuentren el error cometido en el siguiente razonamiento.

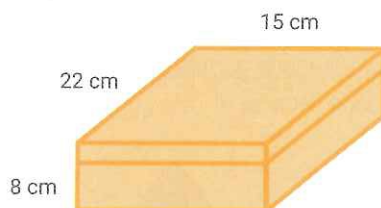
“Una caja de 30 cm de ancho, 50 cm de largo y 16 cm de alto se puede llenar con 192 cubitos de 5 cm de arista. Si las dimensiones de la caja son 30 cm, 50 cm y 16 cm, el volumen será $30 \text{ cm} \cdot 50 \text{ cm} \cdot 16 \text{ cm} = 24\,000 \text{ cm}^3$ y como el volumen del cubo es $(5 \text{ cm})^3 = 125 \text{ cm}^3$, se puede hacer $24\,000 : 125 = 192$ cubitos”.

58. Marquen con una X la caja que tiene mayor volumen.

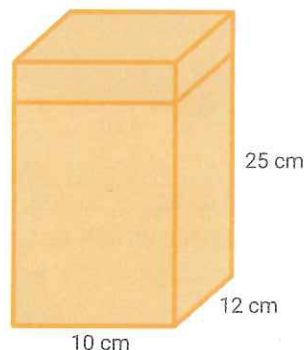
A



B



C



59. Rodeen la respuesta correcta.

Si se triplica el radio de la base de un cilindro y se mantiene constante su altura, ¿por cuánto queda multiplicado el volumen del cilindro?

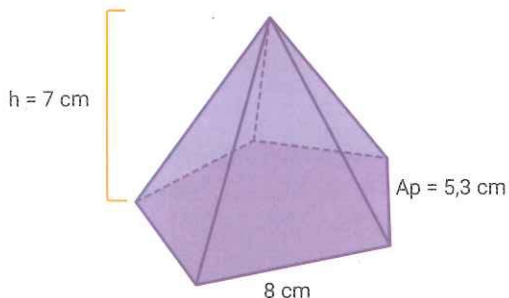
- 3 6 9 12 15

60. Lean atentamente y resuelvan.

a. Si se sabe que una vela aromática como la de la imagen tiene una altura de 15 cm y su base es un cuadrado de lado $\frac{1}{3}$ de la altura, ¿qué cantidad de vela se necesita para armarla?



b. Para el Día del Amigo a Romina se le ocurrió armar una cajita en forma de pirámide como la del dibujo y agregarle gomitas masticables. Si la caja solo puede llenarse al 75%, ¿qué capacidad tiene?

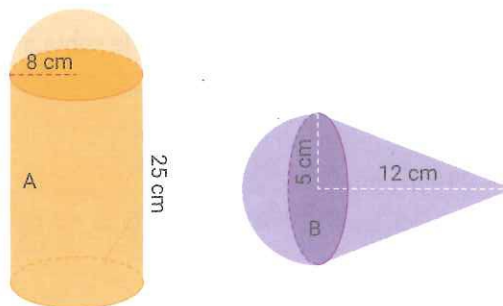


c. ¿Qué cantidad de aceite, en dm^3 , contiene este barril, si está ocupado un 80% de su capacidad?



61. Indiquen cuántos cm^3 de dulce de leche, aproximadamente, se necesitan para hacer una docena de conitos que tienen una altura de 6 cm y el radio de su base es de 2,7 cm.

62. Observen las imágenes y completen con $<$, $>$ o $=$, según corresponda. Expliquen la respuesta.

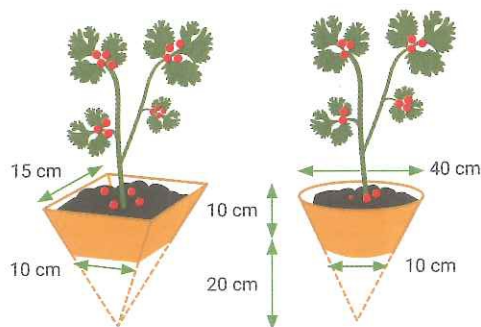


Volumen de A



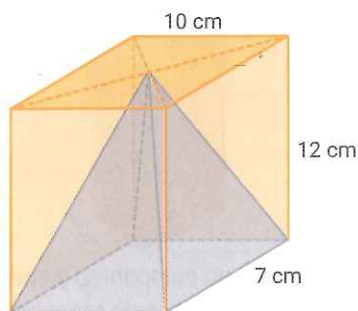
Volumen de B

63. Indiquen en cuál de estas macetas entra más tierra.

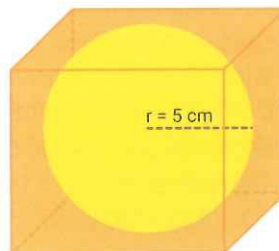


64. Indiquen si el volumen de la parte sombreada en naranja es mayor a 500 cm^3 , en cada caso.

a.



b.



8

Probabilidad y estadística

42. Variables, población y muestra

► SABERES DINÁMICOS

Estadística

La **estadística** es una rama de la matemática que recolecta, describe, organiza y analiza datos con el fin de interpretar una situación o predecir algo en una cierta población.

Población y muestra

La **población** es el conjunto de individuos que es objeto de estudio (personas, animales, plantas, etc.). Si la población es muy numerosa, se selecciona una parte de la misma, que se llama **muestra**, la cual debe ser **representativa** (con características similares a la población).

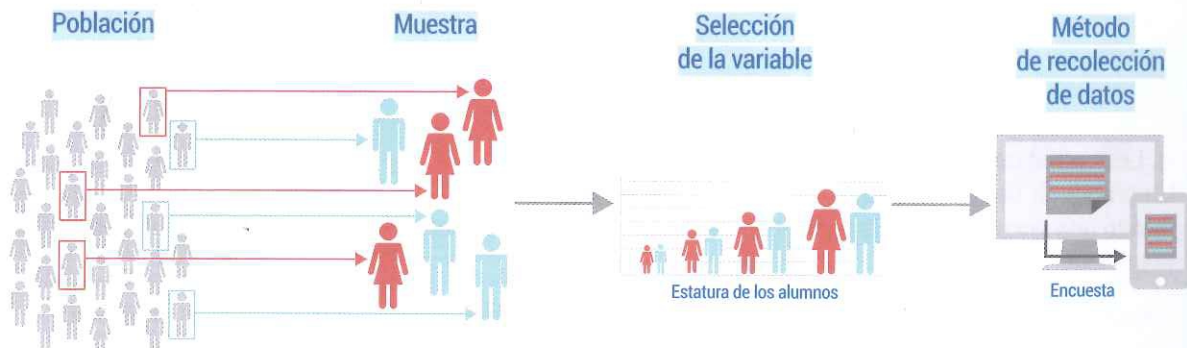
Variables

La muestra se selecciona para investigar una o más características de una población que se denominan **variables**.

Existen dos tipos de variables:

- **Cuantitativas:** son las que se pueden medir; por ejemplo: la estatura de los alumnos, la cantidad de primos, la distancia de la escuela a su casa, etc.
- **Cualitativas:** son las que no se pueden medir; por ejemplo: el color de ojos, la carrera que desean estudiar en la universidad, etc.

Para obtener los datos estadísticos de la población, se toma una muestra, se selecciona una variable y, luego, se elige un método de recolección, como encuestas, entrevistas, observaciones, experimentos, etc.



TEST DE COMPRENSIÓN

1. Respondan y expliquen las respuestas.

- Se quiere saber cuál es el medio de transporte más utilizado en la provincia de Buenos Aires. ¿Cuál es la población? "Los habitantes del partido de San Isidro", ¿podría ser considerada una muestra representativa? ¿Por qué?
- ¿Cuál es la variable del ítem anterior? ¿Es cualitativa o cuantitativa?
- Escriban una variable cuantitativa que esté asociada al medio de transporte.

42. Variables, población y muestra



1. En grupos discutan e indiquen si las siguientes muestras tomadas son o no representativas de la población y justifiquen. En caso de no serlo, propongan una mejor muestra.

a. Para saber cuántos hijos tiene cada familia de una cierta localidad se selecciona como muestra las familias que hay en una cuadra.

b. Para saber cuál es la especie de árbol más numerosa en la Argentina se selecciona como muestra los árboles ubicados en la provincia de Santa Fe.

c. Para saber cuáles son los grupos de música favoritos de los 500 alumnos de una escuela secundaria se selecciona una muestra al azar de 60 alumnos de diferentes cursos.

2. Indiquen cuáles de las siguientes variables son cualitativas y cuáles, cuantitativas.

a. Número de calzado de los estudiantes de entre 15 y 18 años.

b. Series televisivas que miran por día los habitantes de Buenos Aires.

c. Redes sociales que utilizan los adolescentes.

d. Cantidad de horas por día que utilizan el celular los empleados de una empresa.

3. Tengan en cuenta la actividad anterior y respondan.

a. Propongan alguna modificación de las variables anteriores para que las que son cuantitativas se conviertan en cualitativas y viceversa.

b. Tengan en cuenta el ítem anterior, reúnanse en grupos y discutan si una variable puede ser cuantitativa y cualitativa a la vez.

4. Lean atentamente y respondan.

Un programa de televisión que se desarrolla de 8 a 9 am tiene una audiencia de 10 000 televidentes. Se realizó una encuesta entre la audiencia para saber a qué hora se despiertan los argentinos y 500 personas respondieron a la pregunta.

a. ¿Cuál es la población a la que se supone está dirigida la encuesta?

b. ¿Cuál fue la muestra? ¿Es representativa? ¿Por qué?

c. Propongan una modificación en la pregunta de la encuesta y en la población para que la muestra sea representativa.

43. Frecuencias absolutas y relativas

► SABERES DINÁMICOS

Todas las variables estadísticas pueden tomar dos o más valores (por ejemplo: la variable "cantidad de horas por día que utiliza el celular un adolescente" puede tomar valores como 0; 1; 2; 3; 4;...; 24). Para obtener los datos de una variable estadística al analizar cierta población, se necesita un instrumento de recolección de datos. Los más utilizados son: encuestas, entrevistas, observaciones, cuestionarios, experimentos, etc. A partir de sus resultados se pueden analizar las frecuencias de cada valor de la variable.

- **Frecuencia absoluta (f):** es la cantidad de veces que se repite un cierto valor de la variable.
- **Frecuencia relativa (fr):** es el resultado de dividir la frecuencia absoluta por el número de elementos de la muestra.
- **Frecuencia relativa porcentual (fr%):** es la frecuencia relativa expresada en forma decimal multiplicada por 100.

Población:
275 alumnos
de una escuela
de 2.º ciclo.

Variable:
Cantidad de
frutas que comen
por día.

Encuesta realizada a 50 alumnos tomados al azar.

Pregunta: ¿cuántas frutas comés por día?

Cantidad de frutas	Cantidad de alumnos (f)	fr	fr%
0	10	$\frac{10}{50} = 0,2$	20%
1	20	$\frac{20}{50} = 0,4$	40%
2	15	$\frac{15}{50} = 0,3$	30%
3	5	$\frac{5}{50} = 0,1$	10%
4	0	$\frac{0}{50} = 0$	0%

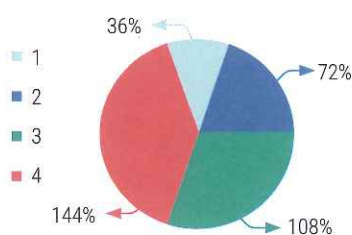
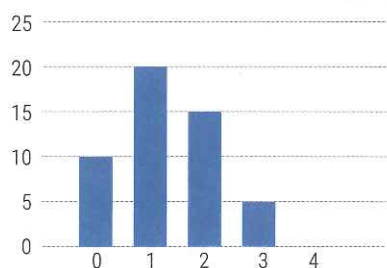
Muestra:
50 alumnos
tomados
al azar.

**Valores de
la variable:**

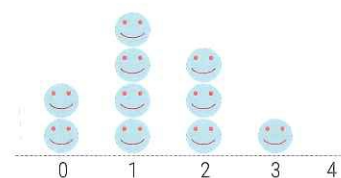
0
1
2
3
4

Se pueden utilizar gráficos de barras, circulares y pictogramas para representar las frecuencias.

Cantidad de frutas que comen los alumnos por día



😊 Representa 5 alumnos



TEST DE COMPRENSIÓN

1. Respondan y expliquen las respuestas.

- En el ejemplo, ¿cuál es el resultado de la suma de todas las frecuencias relativas? ¿En cualquier otra estadística dará el mismo resultado?
- Si la población fuese de 500 alumnos, pero la muestra sigue siendo 50, ¿cambiarían los valores de las frecuencias? ¿Por qué?
- Completen las fórmulas teniendo en cuenta que "n" es la cantidad de elementos de la muestra y "f" es la frecuencia absoluta.

fr = —

fr% = —

43. Frecuencias absolutas y relativas

5. Lean atentamente y resuelvan.

En un noticiero realizaron esta encuesta: ¿qué recurso utilizan para despertarse los televidentes de nuestro programa? Los resultados están representados en la tabla.

Recurso para despertarse	f	fr	fr%
Reloj despertador	240		
Celular	650		
Un familiar	22		
La televisión	50		
Otro recurso	38		

- a. ¿Cuál es la población? ¿Cuántas personas conforman la muestra?

- b. ¿Cuál es la variable? ¿De qué tipo es?

- c. Completen la tabla.

6. Lean atentamente y resuelvan.

Los alumnos de 1.º año están realizando un trabajo práctico de Biología. Quieren saber cuánto tiempo va a tardar en degradarse la basura que fue desechada ese día en la escuela. Identificaron algunos materiales de los cestos de basura de la escuela y los clasificaron según la cantidad de años que tardan en degradarse. Los resultados obtenidos de la observación fueron (en años):

1, 1, 1, 5, 50, 50, 50, 100, 100, 100, 100, 400, 400, 400, 400, 1 000, 1 000, 1 000, 4 000, 4 000

- a. Completen la tabla.

Cantidad de años que tardan en desintegrarse	f	fr	fr%
Total			

- b. Busquen en Internet cuánto tiempo tardan en degradarse distintos materiales y escriban en la carpeta cuáles podrían haber sido los residuos que encontraron los alumnos.

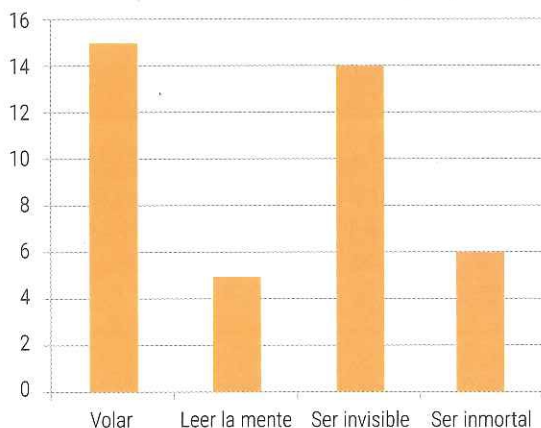
- c. Respondan entre todos.

En sus casas ¿separan los residuos para ser reciclados? Teniendo en cuenta los tiempos de degradación que encontraron en el ítem anterior, ¿les parece importante hacerlo? ¿Por qué?

43. Frecuencias absolutas y relativas

7. Observen el gráfico y respondan.

Un negocio de cómics realizó una encuesta a sus clientes con la siguiente pregunta: "De ser posible, ¿qué superpoder te gustaría tener?". Representaron los resultados en el siguiente gráfico de barras.



a. ¿Cuántas personas conforman la muestra?

b. Completen la tabla.

Superpoder que les gustaría tener	f	fr	fr%
Volar			
Leer la mente			
Ser invisible			
Ser inmortal			
Total			

c. ¿Cuál de los siguientes gráficos circulares es el que corresponde a la encuesta? ¿Por qué?



8. Completen las tablas y unan con flechas al gráfico que corresponda.

a.

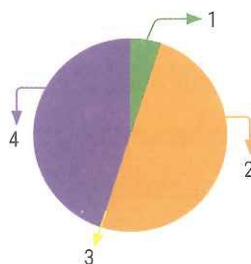
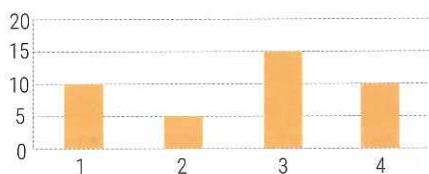
Valores	f	fr%
1	10	
2	5	
3		37,5%
4		25%
Total	40	100%

b.

Valores	f	fr
1		$\frac{1}{8}$
2	5	
3	2	
4		$\frac{7}{10}$
Total	40	1

c.

Valores	f	fr%
1		5%
2	20	
3		0%
4	18	
Total	40	100%

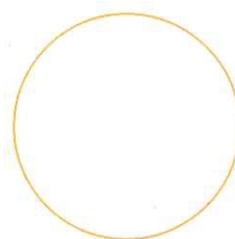
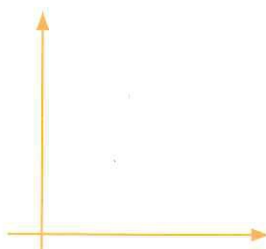
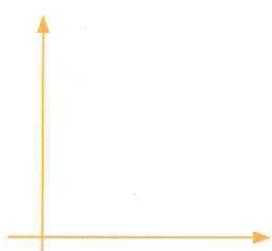


43. Frecuencias absolutas y relativas

9. Lean atentamente y resuelvan.

Se realizó una encuesta por Twitter acerca de cuál animal preferían entre el perro, el gato, la suricata y el delfín. Respondieron 800 personas. El 40% eligió "perro"; el 35%, "gato"; el 10%, "suricata" y el 15%, "delfín". Completen los datos en la siguiente tabla. Luego, realicen un gráfico de barras, un pictograma y un gráfico circular que representen los resultados obtenidos.

Animal	f	fr	fr%	Ángulo central
Perro				
Gato				
Suricata				
Delfín				
Total				



10. Investiguen qué es *grooming*. Comenten con el resto lo que encontró cada uno. Luego, resuelvan.

a. Realicen la siguiente encuesta entre todos.

¿Qué es lo primero que harían si se encuentran ante un caso de *grooming*? (Eliján solo una opción).

- ☐ • Comunicarte con un adulto de confianza y contarle la situación.
- ☐ • Bloquear/reportar al usuario que agrede y reconfigurar tu perfil en todas las redes sociales para hacerlo privado.
- ☐ • Conservar las conversaciones o *chats* para disponer de ellas como prueba.
- ☐ • Recurrir a la línea 102; "La línea de los chicos y las chicas" o al programa "Las víctimas contra las violencias". Teléfono: 137 (solo CABA).
- ☐ • Comunicarte con el equipo Niñ@s, del programa "Las víctimas contra las violencias", teléfono 0800-222-1717. Mail: equiponinas@jus.gov.ar

b. Realicen en su carpeta una tabla de frecuencias con los resultados obtenidos.

c. Comenten los resultados de la encuesta. Pueden armar un folleto informativo o gráficos representativos con la información obtenida o seguir investigando. Incluso podrían hacer una encuesta más amplia.

44. Promedio, mediana y moda

► SABERES DINÁMICOS

Promedio

El **promedio** o **media** es igual a la suma de todos los valores de la variable dividida por la cantidad de elementos de la muestra. Se simboliza con $\bar{x}$.

Mediana

La **mediana** es el valor de la variable que ocupa el lugar central. Para obtenerla, primero hay que ordenar todos los valores de la variable de menor a mayor. Si la cantidad de los elementos de la muestra es par, la mediana es el promedio de los dos valores centrales. Se simboliza m_e .

Moda

La **moda** es el valor que más se repite, es decir, el que tiene mayor frecuencia. Puede haber más de una moda en una variable. Se simboliza m_o .

En un curso se les consultó a los 14 alumnos cuántos libros tenían en ese momento en su mochila. Los resultados fueron los siguientes:

2	3	3	2	3	1	0	1	2	1	3	1	3	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Se colocan de menor a mayor:

0	1	1	1	1	2	2	2	3	3	3	3	3	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

El promedio o media

Se suman todos los valores de la variable y se divide por 14, que es el tamaño de la muestra.

$$\bar{x} = \frac{0+1+1+1+1+2+2+2+3+3+3+3+3+3}{14}$$

$$\bar{x} = 2$$

El promedio es 2.

La mediana

Como la muestra es de 14 alumnos y es un número par, se saca el promedio de los dos valores centrales.

$$m_e = \frac{2+2}{2}$$

$$m_e = 2$$

La mediana es 2.

La moda

El 0 aparece una vez;
el 1, cuatro veces;
el 2, tres veces;
y el 3, seis veces (se repite más).

$$m_o = 3$$

La moda es 3.

TEST DE COMPRENSIÓN

- Respondan y expliquen las respuestas.
 - Si la variable es cualitativa, ¿se puede hallar el promedio y la moda?
 - Si los datos se ordenan de mayor a menor, ¿cambiarían el promedio, la mediana y la moda?
 - Cambien los valores de la variable del ejemplo para que la moda, la mediana y el promedio sean 2.

44. Promedio, mediana y moda

11. Calculen el promedio, la mediana y la moda de los valores de las siguientes variables.

a. 30; 32; 28; 30; 20; 18.

$\bar{x}$ =

m_e =

m_o =

b. 102; 104; 102; 101; 99; 97; 96; 108; 100.

$\bar{x}$ =

m_e =

m_o =

c. 36; 32; 2; 14; 8; 28; 28; 32.

$\bar{x}$ =

m_e =

m_o =

d. 500; 250; 300; 500; 220.

$\bar{x}$ =

m_e =

m_o =

12. Lean atentamente y respondan.

Los alumnos de 6.º año registraron cuántas botellas de plástico encontraron en cada cesto de basura de su escuela. Los resultados fueron los siguientes:

Cantidad de botellas	Cantidad de cestos (f)
8	2
9	4
10	2
12	8
16	3

a. ¿Cuántos cestos de basura hay en la escuela?

b. Sin hacer cálculos, ¿cuál es la moda? ¿Por qué?

c. Tomando la tabla, sin hacer otra escritura, determinen cuál es la mediana; ¿cómo la encontraron?

d. Hallen la media; ¿cuál es su significado con respecto al problema de la basura?

e. Javier resolvió la cuenta anterior realizando el siguiente cálculo $(8 + 9 + 10 + 12 + 16) : 19$.

En cambio, Lorenzo lo hizo así: $(8 \cdot 2 + 9 \cdot 4 + 10 \cdot 2 + 12 \cdot 8 + 16 \cdot 3) : 19$.

¿Alguno de los dos lo hizo correctamente? Justifiquen la respuesta.

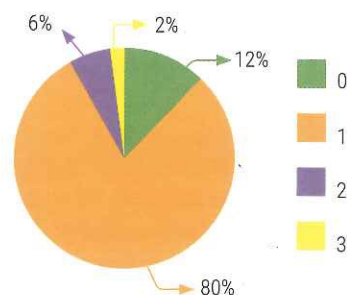
13. Lean atentamente y resuelvan.

Se realizó una encuesta a 200 empleados de una empresa para saber cuántos medios de transportes utilizan a diario para ir al trabajo.

Los resultados fueron volcados en el siguiente gráfico:

a. Hallen la moda y la mediana sin realizar cálculos. Expliquen cómo resolvieron.

b. Hallen la media (pueden guiarse con el ítem e de la actividad anterior).



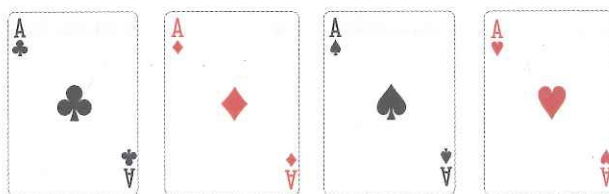
45. Experimentos aleatorios. Probabilidad simple

► SABERES DINÁMICOS

Experimentos aleatorios

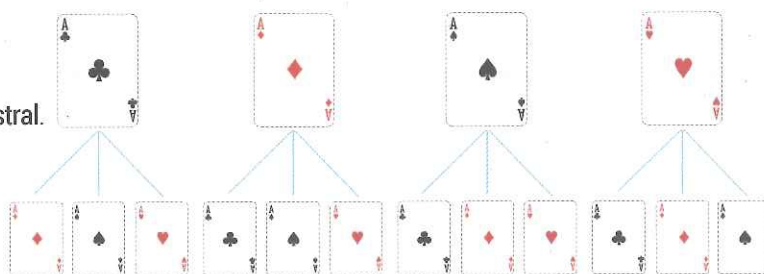
Un **experimento** es **aleatorio** si no se puede saber de forma anticipada cuál será el resultado, sino que depende del azar. Por ejemplo: cuando se lanza un dado no se puede saber qué número saldrá, por lo tanto lanzar un dado es un experimento aleatorio.

Experimento: se seleccionan los cuatro ases de las cartas de póker (AT = as de trébol, AD = as de diamantes, AP = as de pica, AC = as de corazones) y sin mirar se sacan dos. ¿En qué orden pueden salir?



Se llama **suceso** a cada uno de los posibles resultados del experimento.
Por ejemplo: AT-AC

El conjunto de todos los sucesos del experimento se llama **espacio muestral**. Para determinarlo se puede realizar un diagrama de árbol o una tabla. Cada rama del diagrama de árbol es un suceso.



Este experimento tiene un espacio muestral con 12 sucesos.

Probabilidad simple

De cada suceso del experimento aleatorio se puede calcular la **probabilidad** de que ocurra. El cálculo es el siguiente:

Probabilidad de un suceso (P) = $\frac{\text{cantidad de casos favorables}}{\text{cantidad de casos posibles}}$

El valor de la probabilidad es siempre un número entre 0 y 1, incluyendo el 0 y el 1.

Para hallar la probabilidad de que salga un as de trébol y un as de diamantes en cualquier orden, los casos favorables serían 2: AT-AD y AD-AT. La cantidad de casos posibles es 12, entonces $P = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$.

Áreas dinámicas [Matemática y redes sociales]

En la red social Instagram existen los llamados filtros de respuesta aleatoria que son creados por usuarios de la misma red social. Constan de preguntas como "¿Adónde irás de vacaciones?" "¿Qué harás en 10 años?", y su respuesta no depende de lo que escriba una persona, sino que la da el programa de forma aleatoria entre las opciones posibles que determinó el creador del filtro.

TEST DE COMPRENSIÓN

1. Respondan y expliquen las respuestas.
 - a. ¿Qué se puede decir de un suceso que tiene probabilidad 0?
 - b. ¿Cuál es la probabilidad de un suceso que tiene la misma cantidad de casos favorables que de casos posibles? ¿Qué significa?
 - c. Den un ejemplo de experimento aleatorio.

45. Experimentos aleatorios. Probabilidad simple

14. Escriban **V** (verdadero) o **F** (falso) según corresponda. Expliquen todas las respuestas en la carpeta.

- a. Lanzar un dado es un experimento aleatorio.
- b. Sumar los números de las caras del dado es un experimento aleatorio.
- c. Tirar una moneda no es un experimento aleatorio.
- d. Contar el número de letras que tiene una moneda no es un experimento aleatorio.

15. Dados los siguientes experimentos aleatorios, escriban el espacio muestral.

- a. Lanzar un dado. _____
- b. Lanzar una moneda dos veces. _____
- c. Joaquín, Candela, Sofía y Marcos escriben cada uno la inicial de su nombre en cuatro papeles de igual tamaño y los colocan en una bolsa. Se extraen de la bolsa dos papeles en orden.

- d. De dos bolilleros, uno con las letras A y B, y otro con los números 0, 1, 2, 3 y 4, se saca primero una letra y luego un número.

16. Calculen las probabilidades de los siguientes sucesos asociados a los experimentos de la actividad anterior.

- a. Que salga el número 6. _____
- b. Obtener dos caras. _____
- c. Que salgan las iniciales de un hombre y una mujer. _____
- d. Que salga cualquier letra con un número par. _____

17. Lean atentamente y resuelvan.

Tomás se despertó a las 6 am para ir a la escuela, con la luz apagada de la habitación abrió un cajón de su ropero donde guarda sus medias (unidas de a dos del mismo color). Allí tiene dos pares de medias blancas, uno negro y dos azules. Saca un par sin mirar.

- a. ¿Cuál es la probabilidad de que saque un par blanco? ¿Y un par azul? Comparen las probabilidades y averigüen cómo se llaman los sucesos que cumplen con esa condición.

- b. ¿Cuál es la probabilidad de que saque un par de medias verdes? ¿Cómo se llama ese suceso?

- c. ¿Cómo debería estar compuesto el cajón de Tomás para que la probabilidad de sacar un par blanco sea 1?

- d. Tomás sacó dos pares de medias en un determinado orden. Escriban el espacio muestral. Pueden realizar un diagrama de árbol en su carpeta.

DinámicaMente

Si en el cajón de Tomás las medias estuvieran sueltas, desordenadas y no unidas de a pares, ¿cuántas medias como mínimo tendría que sacar para obtener un par del mismo color? ¿Cuántas medias como mínimo para obtener un par blanco?

46. Cálculo combinatorio

► SABERES DINÁMICOS

El **cálculo combinatorio** establece métodos de conteo que ayudan a formar y contabilizar las distintas agrupaciones que se pueden realizar con los elementos de uno o varios conjuntos.

- Con elementos de un conjunto:

Martín tiene en una carpeta las materias: Matemática, Inglés y Ciencias Naturales.

¿De cuántas formas distintas puede ordenar su carpeta?

Los elementos de este conjunto son: Matemática, Inglés y Ciencias Naturales, y las posibles agrupaciones se pueden representar con un diagrama de árbol.



Para contabilizar las diferentes formas de ordenar la carpeta se calcula $3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$.

También se puede utilizar una parte de un conjunto que posea una cierta condición.

Si Martín ubicó primero Ciencias Naturales, ¿de cuántas formas distintas puede ordenar su carpeta?

Como primero iría Ciencias Naturales, se calcula $1 \text{ opción} \cdot 2 \text{ opciones} \cdot 1 \text{ opción} = 2$ formas distintas de ordenar (solo la última rama del árbol).

- Con elementos de distintos grupos:

En el restaurante "Ruleta" cada comensal puede armar su propio menú, que consta de una entrada, un plato principal y un postre. Para armarlo tienen como opciones dos posibles entradas con cuatro diferentes platos principales y tres postres. ¿Cuántos menús diferentes se pueden formar?

En este problema hay tres grupos: "entradas" "platos principales" "postres".

2 opciones 4 opciones 3 opciones

Por lo tanto, se pueden formar $2 \cdot 4 \cdot 3 = 24$ menús diferentes.

Dinámica TConecta

Ingresa en puerto.pub/combinacion y observen el video donde se explica qué es la combinatoria, su utilidad y algunos ejemplos.

* Enlace acortado de <https://youtu.be/tcGjGmQFMks>

TEST DE COMPRENSIÓN

1. Respondan y expliquen las respuestas.

- ¿Es cierto que si Martín agrega una materia a la carpeta, tendría 7 formas distintas de ordenarlas?
- ¿Es cierto que si Martín agrega una materia a la carpeta, tendría el cuádruple de formas de ordenarlas?
- ¿Es cierto que si el restaurante regala una sopa antes de la entrada, la cantidad de menús que se pueden formar es el doble? Si la respuesta es no, indiquen cuántos serían.

46. Cálculo combinatorio

18. Lean atentamente y resuelvan.

Cinco clubes de vóley compiten para el campeonato regional.

a. Teniendo en cuenta solo los puestos de campeón y subcampeón, ¿de cuántas formas diferentes puede resultar el campeonato?

b. Si se tienen en cuenta los tres primeros puestos, ¿de cuántas formas diferentes puede resultar el campeonato?

c. Si el primer puesto ya está resuelto, ¿de cuántas maneras diferentes se pueden formar los tres primeros puestos?

19. Lean atentamente y respondan.

Sol tiene un candado cuya contraseña lleva dos números: el primero es un número par y el segundo, uno impar.

a. ¿Cuántas contraseñas se pueden formar?

b. Si el primer número fuese un 6, ¿cuántas contraseñas se podrían formar?

c. Sol piensa que si en su candado pudiese colocar en el primer y en el segundo lugar cualquier número, tendría el doble de contraseñas posibles; ¿es correcto? ¿Cuál es la relación?

20. Lean atentamente y resuelvan.

Juan Manuel tiene que pintar en un mapa las provincias de Entre Ríos, Corrientes y Misiones. En su cartuchera tiene solo seis lápices de colores: rojo, azul, verde, lila, amarillo y gris.

a. Si pinta cada provincia con un color diferente, ¿de cuántas maneras distintas puede hacerlo?

b. Si puede pintar las provincias del mismo color, ¿de cuántas maneras distintas puede hacerlo?

c. Si a Entre Ríos la quiere pintar de color rojo y al resto con diferentes colores, ¿de cuántas maneras distintas puede hacerlo?

21. Calculen de cuántas maneras distintas se puede realizar cada caso.

a. Hay que ordenar cinco libros en el estante de una biblioteca.

b. Hay que elegir entre cuatro plantas para trasladar a dos macetas (una planta por maceta).

c. Hay que formar un código que comience con una vocal y que continúe con dos números.

22. Lean atentamente y respondan.

Los alumnos de primer año fueron a la huerta de la escuela y observaron cuántas semillas brotaron en cada maceta que cultivaron la semana pasada. Los resultados fueron los siguientes: 3, 3, 4, 5, 4, 2, 4, 5, 3, 3, 5.

a. ¿Cuál es la variable? ¿De qué tipo es?

b. Completen la tabla de frecuencias.

	f	fr	fr%

c. Calculen la media, la mediana y la moda.

d. Realicen un gráfico de barras.

e. ¿Cuál es la probabilidad de que tome una maceta al azar y tenga 4 brotes? ¿Y que tenga 6 brotes?

f. Juana dice que si tomo al azar una maceta tengo una mayor probabilidad de agarrar una que tenga tres brotes; ¿es correcto? ¿Por qué?

23. Resuelvan.

La profesora de Ciencias Sociales tomó una evaluación con cinco preguntas *multiple choice* con tres opciones de respuesta cada una.

a. ¿Cuántas combinaciones diferentes de respuestas existen?

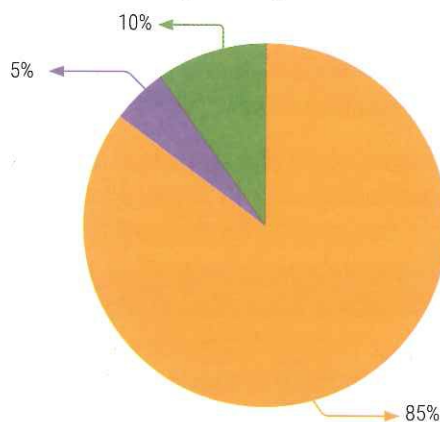
b. Sabiendo que hay solo una opción correcta para cada pregunta, ¿cuál es la probabilidad de que un alumno respondiendo las preguntas al azar acierte todas las respuestas?

c. Si el alumno sabe la respuesta de la primera pregunta, ¿cuál es la probabilidad de que acierte las demás?

d. Luego de ser tomada esta evaluación en un curso de 24 alumnos, se sabe que $\frac{1}{3}$ obtuvo un seis, $\frac{1}{4}$ obtuvo un cuatro y $\frac{5}{12}$, un ocho; hallen la media y la moda.

24. Lean atentamente y respondan.

Se realizó una encuesta a 60 alumnos tomados al azar para saber qué tipo de endulzante utilizan los estudiantes de la institución. Se registraron los resultados en el siguiente gráfico.



azúcar stevia sucralosa

a. ¿Cuál es la población y cuál es la muestra?

b. ¿Cuál es la variable y de qué tipo?

c. Realicen una tabla de frecuencias.

	f	fr	fr%

d. Hallen el promedio, la mediana y la moda.

e. Si se toma al azar un alumno entre los que realizaron la encuesta, ¿cuál es la probabilidad de que utilice sucralosa?

f. Si tengo que endulzar un té, un café y una leche chocolatada, ¿de cuántas formas diferentes puedo hacerlo? (Solo se puede utilizar un endulzante a la vez y se puede usar en más de una preparación).

g. Investiguen en Internet la diferencia entre los distintos endulzantes, sus beneficios y perjuicios. Escriban y compartan sus conclusiones con los compañeros.

25. Resuelvan.

En un bolillero hay 6 bolillas del 1 al 6, pero de diferentes colores: 4 de color rojo, 1 de color azul y 1 verde. Se extrae una al azar.

- ¿Cuál es la probabilidad de que sea roja?
- ¿Cuál es la probabilidad de que no sea azul?
- ¿Cuál es la probabilidad de que sea azul o verde?
- Se sacan dos bolillas al azar ¿cuántas combinaciones de números es posible?

26. Investiguen cómo está formado el mazo del UNO y resuelvan.

Se saca al azar una carta del mazo del UNO.

- ¿Cuál es la probabilidad de que sea una de color azul?
- ¿Cuál es la probabilidad de que sea un 5 rojo?
- Si Sol saca un 2 verde y no lo devuelve al mazo, ¿cuál es la probabilidad de que saque nuevamente un 2 verde?

27. Respondan.

Facundo y Andrea están jugando al ludo con dos dados y con algunas reglas diferentes a las habituales.

- Para sacar una ficha de la casa, la suma de los dos dados debe dar 6; ¿cuántas combinaciones con esa condición son posibles? ¿Cuál es la probabilidad de que esto ocurra?
- Para que una ficha vaya directo a la meta tiene que salir un doble 6; ¿cuál es la probabilidad de este suceso?
- Si en una tirada sale el número 1 (en uno de los dados o en los dos) se puede, si se desea, volver a tirar los dados sin avanzar; ¿cuál es la probabilidad?

28. Lean atentamente y resuelvan.

Valeria observó cinco vehículos (autos y bicicletas) que pasaron por la puerta de su casa y contabilizó 14 ruedas.

- Hallen el promedio de ruedas.
- ¿Cuántas bicicletas y cuántos autos pasaron?
- ¿De cuántas diferentes formas pudo haber observado pasar los vehículos?
- Si se elige al azar uno de los vehículos que observó, ¿cuál es la probabilidad de que sea una bicicleta?

29. Lean atentamente y resuelvan.

Romina anotó el número de teléfono de Pablo en un papel y cuando lo volvió a leer observó una mancha de chocolate que le tapó los últimos dos números:

11 5462 84

- Ella quiere agendar todos los posibles teléfonos que se pueden formar y preguntar por *Whatsapp* cuál es el de Pablo. ¿Qué opinan ustedes? ¿Cuántos números telefónicos deberá agendar?
- Romina recuerda que ambos números eran pares, ¿cuántos números telefónicos son posibles? ¿Cuál es la probabilidad de hallar el número correcto?
- Romina logró encontrar los dos dígitos y dice que es el promedio de los números 17, 28, 45, 23, 4 y 39. ¿Cuál es teléfono de Pablo?

30. Lean atentamente y resuelvan.

Una familia quiere irse de vacaciones a Mar del Plata. Están analizando dos opciones de transporte: tren y micro, y algunas alternativas de alojamiento: cabaña, hotel y carpa.

- ¿De cuántas formas diferentes pueden viajar de ida y alojarse en sus vacaciones?
- ¿Cuántas combinaciones pueden formarse considerando el viaje de ida y vuelta y el alojamiento?
- Si deciden ir en tren, ¿de cuántas maneras distintas pueden alojarse y volver a su casa?
- Si la familia elige al azar el medio de transporte de ida y de vuelta y el alojamiento, ¿cuál es la probabilidad de que se alojen en el hotel?
- ¿Cuál es la probabilidad de que viajen ida y vuelta en tren?

31. Lean atentamente y resuelvan.

La profesora de matemática evalúa los exámenes con notas de 0 a 10. Leila tiene un promedio de 6 en sus primeros cuatro exámenes de la materia.

- ¿Cuál es la suma de los cuatro exámenes?
- Si en el quinto examen obtuvo 8, ¿cuál es el promedio de las notas después de los cinco exámenes?

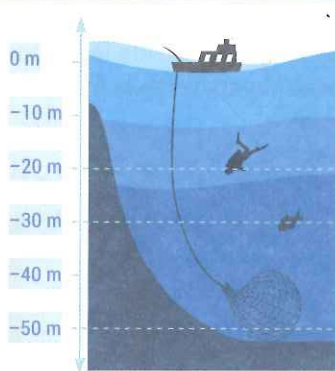
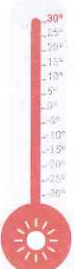
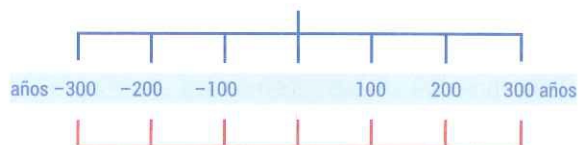
9

Números enteros

47. Números negativos

► SABERES DINÁMICOS

En los siguientes ejemplos se puede observar cómo los **números negativos** nos permiten expresar varias situaciones de la vida diaria en las que no nos alcanzan solo los números naturales.

Plantas de los edificios	Nivel del mar
La planta baja se representa con el cero, mientras que los pisos superiores son números positivos y los subsuelos son números negativos. Piso 6 Piso 5 Piso 4 Piso 3 Piso 2 Piso 1 Planta baja Subsuelo 1 Subsuelo 2 Subsuelo 3 	El nivel del mar se representa con el cero, las alturas por encima con números positivos, mientras que las profundidades con números negativos. 0 m -10 m -20 m -30 m -40 m -50 m 
Temperaturas	Fechas anteriores y posteriores al nacimiento de Cristo
Las temperaturas pueden variar mucho según el lugar y la época. Muchas veces está por encima de los 0 °C y se representa con números positivos, pero también puede estar por debajo de los 0 °C y se representa con números negativos.  	Las fechas en la historia cuando se trata de acontecimientos sucedidos antes del nacimiento de Cristo se representan con números negativos, mientras que si ocurrieron después del nacimiento de Cristo se representan con números positivos. 

El conjunto de los **números enteros** es el formado por los enteros positivos (números naturales), el cero y los números negativos. Se lo representa con la letra Z.

$$\mathbb{Z} = \{ \dots -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \dots \}$$

- Los puntos suspensivos indican la existencia de infinitos números negativos y positivos.
- El cero no es positivo ni negativo.

TEST DE COMPRENSIÓN

- Respondan y expliquen sus respuestas.
 - En el tablero de un ascensor, ¿qué significan los números -2 y -4?
 - ¿Con qué número entero se puede representar que la profundidad de un lago es de 400 m?
 - ¿Cuál es el mayor número entero negativo que existe? ¿Cuántos números negativos existen?

47. Números negativos

1. Representen cada una de estas situaciones utilizando un número entero.

- La altura del Aconcagua es de 6 962 m sobre el nivel del mar.
- La pirámide de Keops se construyó alrededor del año 2560 antes de Cristo.
- La empresa del papá de Julián tuvo una pérdida de \$15 000 el mes pasado.
- El depósito del edificio se encuentra en el primer subsuelo.
- El matemático Pitágoras nació en el año 569 antes de Cristo.
- La temperatura media en Saturno es de 192 °C bajo cero.
- La mamá de Delfina cobró su sueldo de \$20 000.

2. Tengan en cuenta las temperaturas registradas durante una semana del mes de junio de 2019 en la base Marambio de la Antártida y completen la tabla.



Día	Temperatura
Lunes	
Martes	
Miércoles	
Jueves	
Viernes	

a. ¿Qué día de la semana se registró la temperatura más baja?

b. ¿Qué día de la semana se registró la temperatura más alta?

3. Escriban una situación que se represente por el número entero indicado en cada caso.

a. -10 000

c. -5

b. 0

d. 500

48. Orden y representación

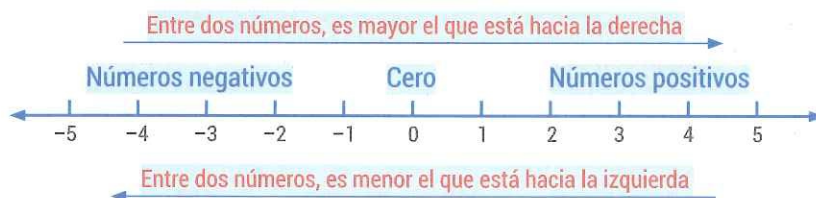
► SABERES DINÁMICOS

Todas las situaciones que se vienen describiendo tienen en común que, a partir de una referencia, los valores de los números son negativos o positivos; por ejemplo:

- A partir del nivel del mar, se toman valores positivos para las referencias sobre el nivel del mar o alturas, y valores negativos para sus profundidades.
- Para las temperaturas se toma como referencia el 0 °C; las temperaturas menores son negativas y las mayores, positivas.
- Para distinguir los sucesos anteriores al nacimiento de Cristo se usan números negativos y para los sucedidos después se usan números positivos.
- Para los saldos de cuentas bancarias, tarjetas de crédito o la SUBE se usan valores positivos cuando se posee dinero, pero si se debe dinero, se usan números negativos.

Todos estos casos se pueden representar en la recta numérica, tomando como referencia el cero, siguiendo estos pasos.

1. Se ubica el cero y se determina una distancia entre dos enteros consecutivos.
2. Se representan los negativos a la izquierda del cero y los positivos a la derecha.



A partir de la representación en la recta, se puede decir que todo número que está a la derecha de otro es mayor, y si está a la izquierda es menor.

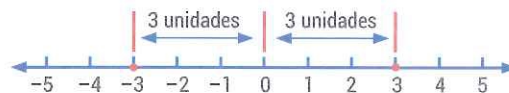
En palabras	En símbolos
-4 es menor que 1	$-4 < 1$
-3 es mayor que -4	$-3 > -4$

Valor absoluto

Se llama **valor absoluto** de un número a la distancia que existe entre ese número y el cero. Para indicar el valor absoluto de un número se lo coloca entre dos barras verticales, por ejemplo:

$|-3| = 3$ Se lee "valor absoluto de -3 es igual a 3".

$|3| = 3$ Se lee "valor absoluto de 3 es igual a 3".



Dos números son **opuestos** cuando tienen el mismo valor absoluto, pero distinto signo.

3 y -3 son opuestos.

$-(-3) = 3$ Se lee "el opuesto de -3 es 3".

- Como el valor absoluto de un número expresa su distancia al cero, siempre es positivo o cero, nunca negativo.

TEST DE COMPRENSIÓN

1. Respondan y expliquen sus respuestas.
 - a. El opuesto de un número entero ¿siempre es negativo?
 - b. ¿Es cierto que dos números opuestos siempre tienen el mismo valor absoluto?
 - c. Si $|a| = 2$, ¿cuál puede ser el valor de "a"?

48. Orden y representación

4. Corrijan los errores de las siguientes rectas numéricas y explíquenlos.

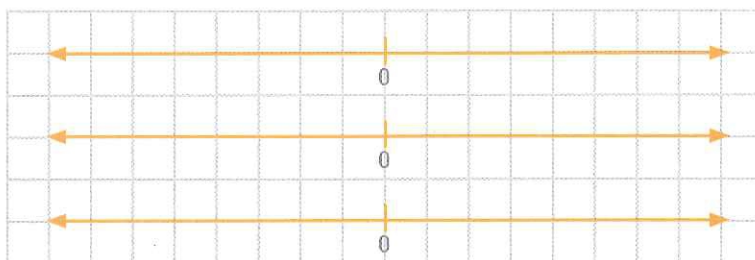


5. Ubiquen los números enteros en las rectas numéricas usando la escala que sea más adecuada.

a. -10, 5, 25, -15, 10

b. 200, -300, 50, -100, 150

c. -12, 3, 6, -9, 15



6. Completen con $>$, $<$ o $=$, según corresponda.

a. $|-12|$ $-(-7)$

c. -8 -11

e. $|-10|$ $|10|$

g. $|-5|$ $-(-5)$

b. $-|-34|$ $-|-25|$

d. $|-31|$ $-(-32)$

f. 28 -150

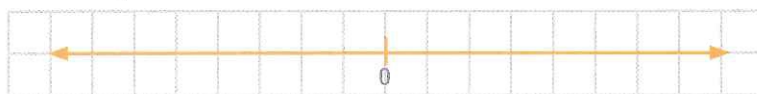
h. $-|12|$ $|12|$

7. Encuentren los números pedidos en cada caso. Luego, ubíquenlos en la recta numérica correspondiente.

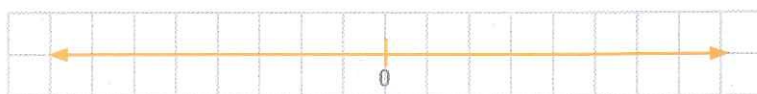
a. Escriban los números enteros mayores que -4 y menores que 3.



b. Escriban los números enteros que se encuentran a tres unidades de distancia de -2.



c. Escriban los opuestos de cada uno de los siguientes números: $|-2|$, 6, 1, 0, $-(-3)$, -2, $-|-3|$.



49. Adición y sustracción

► SABERES DINÁMICOS

Para **sumar** números enteros, se deben tener en cuenta los siguientes casos:

- Si los números enteros tienen el **mismo signo**, se suman sus valores absolutos y el resultado lleva igual signo que los sumandos.

$$2 + 1 = 3$$

$$-2 + (-1) = -3$$

- Si los números enteros tienen **distinto signo**, se restan sus valores absolutos y el resultado lleva el signo del sumando con mayor valor absoluto.

$$-3 + 5 = 2$$

$$-27 + 12 = -15$$

Para **restar** números enteros, se deben tener en cuenta los siguientes casos:

$$4 - 3 = 1$$

$$-4 - 3 = -7$$

$$4 - (-3) = 4 + 3 = 7$$

$$-4 - (-3) = -4 + 3 = -1$$

Criterios para eliminar paréntesis

- Si el **signo que precede al paréntesis es "+"**, el signo del número encerrado entre los paréntesis no cambia.

$$-6 + (+2) = -6 + 2 = -4$$

$$-3 + (-2) = -3 - 2 = -5$$

- Si el **signo que precede al paréntesis es "-"**, el signo del número encerrado entre los paréntesis cambia.

$$5 - (-2) = 5 + 2 = 7$$

$$10 - (+8) = 10 - 8 = 2$$

El siguiente problema se puede realizar sumando y restando números enteros.

Un día de invierno, la ciudad de Bariloche amaneció con cuatro grados bajo cero. Dos horas más tarde la temperatura había subido cinco grados. Al mediodía subió otros tres grados. Desde las cuatro de la tarde hasta las doce de la noche bajó siete grados, y desde las doce a las seis de la mañana bajó ocho grados. ¿Qué temperatura hacía a esa hora?

$$-4 + 5 + 3 - 7 - 8 = -11$$

Respuesta: a las seis de la mañana la temperatura era -11°C .

TEST DE COMPRENSIÓN

1. Respondan y expliquen sus respuestas.

- a. El resultado de sumar dos números opuestos, ¿siempre es cero?
- b. La suma de los valores absolutos de dos números enteros, ¿puede ser un número negativo?
- c. Escriban 2 ejemplos de suma y 2 ejemplos de resta de números enteros donde se deban eliminar paréntesis. Resuélvanlos.

49. Adición y sustracción

8. Resuelvan las siguientes operaciones.

- a. $5 + (-3) =$ _____ e. $|-2| - |-3| =$ _____
 b. $-2 + (-4) =$ _____ f. $6 + (-4) + 2 - (-3) =$ _____
 c. $-4 - (-4) =$ _____ g. $8 + (-5) - |-4| =$ _____
 d. $9 + (-3) - (-2) =$ _____ h. $-2 - (-10 + 12) =$ _____

9. Completen con el número que verifica la igualdad.

- a. $-16 + (-2) + (-1) = \square + (-1)$ d. $|-3 + 5| - (-6) = |-2| + \square$
 b. $-8 + (-2) + 6 = \square + 6$ e. $-|-7| + (-4 + 8) = -7 + \square$
 c. $(-5 + 8) + (-4) = \square + (-3)$ f. $-(-5 + 3) + |-4 - (-3)| = -(\square) + 1$

10. Lean atentamente y resuelvan. Expliquen las respuestas usando un cálculo cuando sea necesario.

Arquímedes (287 a. C. - 212 a. C.) y Pitágoras (569 a. C. - 500 a. C.) fueron dos grandes matemáticos griegos.

- a. Expresen el año del nacimiento de cada uno como números enteros. _____
 b. ¿Cuántos años vivió cada uno? _____
 c. ¿Cuántos años después del nacimiento de Pitágoras nació Arquímedes? _____

11. Escriban en lenguaje simbólico. Luego, calculen cuál o cuáles son los números.

- a. Un número cuya distancia a cero es igual a 8. _____
 b. La diferencia entre un número y el valor absoluto de -3 es igual al opuesto de -1 . _____
 c. La suma entre un número y el anterior de -4 es igual al valor absoluto de -2 . _____



12. Completen la tabla teniendo en cuenta la información dada acerca de las temperaturas mínimas.

- En enero fue un grado superior a la de febrero.
- En mayo fue cuatro grados inferior a la del mes de abril.
- En julio fue la más fría, y fue seis grados inferior a la de abril.
- En septiembre fue cuatro grados mayor que la de junio.
- En noviembre fue la suma de los meses de agosto y abril.
- De octubre a diciembre aumentó cuatro grados.

Año 2019	Temperatura mínima	Año 2019	Temperatura mínima
Enero		Julio	
Febrero	8 °C	Agosto	1 °C
Marzo	7 °C	Septiembre	
Abril	5 °C	Octubre	5 °C
Mayo		Noviembre	
Junio	0 °C	Diciembre	

50. Multiplicación y división

► SABERES DINÁMICOS

Para **multiplicar** o **dividir** números enteros se debe tener en cuenta si se trata de números de igual signo o de signos distintos. Para ello, se utiliza la **regla de signos**.

- Si los dos números que se multiplican o dividen tienen **signos iguales**, el **resultado** será **positivo**.

$$\begin{array}{ll} (+) \cdot (+) = (+) & 3 \cdot 5 = 15 \\ (-) \cdot (-) = (+) & -2 \cdot (-4) = 8 \\ (+) : (+) = (+) & 20 : 4 = 5 \\ (-) : (-) = (+) & -12 : (-3) = 4 \end{array}$$

- Si los dos números que se multiplican o dividen tienen **signos distintos**, el **resultado** es **negativo**.

$$\begin{array}{ll} (+) \cdot (-) = (-) & 3 \cdot (-5) = -15 \\ (-) \cdot (+) = (-) & -2 \cdot 4 = -8 \\ (+) : (-) = (-) & 20 : (-4) = -5 \\ (-) : (+) = (-) & -12 : 3 = -4 \end{array}$$

- En la **multiplicación**, si uno de los factores es **cero**, el resultado siempre es **cero**.

$$\begin{array}{llll} (+) \cdot 0 = 0 & 3 \cdot 0 = 0 & (-) \cdot 0 = 0 & (-4) \cdot 0 = 0 \\ 0 \cdot (+) = 0 & 0 \cdot 10 = 0 & 0 \cdot (-) = 0 & 0 \cdot (-9) = 0 \end{array}$$

- En la **división**, el divisor nunca puede ser cero, y si el dividendo es cero, el resultado siempre es cero.

$$\begin{array}{llll} (+) : 0 = & \text{no es posible} & 0 : (+) = 0 & 0 : 4 = 0 \\ (-) : 0 = & \text{no es posible} & 0 : (-) = 0 & 0 : (-9) = 0 \end{array}$$

- Cuando se resuelven **dos o más multiplicaciones o divisiones** en un mismo cálculo, se debe respetar el orden de las operaciones de izquierda a derecha.

$$\overbrace{(-24) : 2 \cdot (-4)} = (-12) \cdot (-4) = 48 \quad \checkmark \quad \text{Es correcto.}$$

$$(-24) : \overbrace{2 \cdot (-4)} = (-24) : (-8) = 3 \quad \times \quad \text{No es correcto.}$$

TEST DE COMPRENSIÓN

1. Respondan y expliquen sus respuestas.

- a. ¿Es cierto que $-(-4) = (-1) \cdot (-4) = 4$?
- b. El doble de un número negativo, ¿es mayor o menor al número dado? Den un ejemplo.
- c. ¿Cuál es el resultado del cociente entre un número y su opuesto? Den un ejemplo.
- d. Realicen un diagrama que muestre todos los casos posibles de multiplicaciones de tres números enteros y el signo que tendrá el resultado en cada caso.

50. Multiplicación y división.

13. Resuelvan las siguientes multiplicaciones y divisiones.

- | | | |
|---------------------------------|------------------------------|---------------------------|
| a. $-3 \cdot 5 =$ | e. $-2 \cdot 3 \cdot (-5) =$ | i. $-20 : 5 \cdot (-2) =$ |
| b. $-2 \cdot (-4) =$ | f. $(-30) : 6 =$ | j. $30 : (-3) \cdot 2 =$ |
| c. $-3 \cdot (-2) \cdot (-1) =$ | g. $10 : (-5) =$ | k. $24 : (-2) : (-6) =$ |
| d. $5 \cdot (-1) \cdot (-2) =$ | h. $-36 : (-9) =$ | l. $-28 : 4 : (-7) =$ |

14. Completen con el número entero que falta para que se cumplan las siguientes igualdades.

- | | | |
|----------------------------------|----------------------------------|------------------------------------|
| a. $\square \cdot (-8) = -16$ | d. $24 : (-3) \cdot \square = 0$ | g. $2 \cdot \square : 5 = - -4 $ |
| b. $-10 : \square = 2$ | e. $60 : \square : 15 = -1$ | h. $45 : (-9) \cdot \square = -25$ |
| c. $25 : \square \cdot (-1) = 1$ | f. $\square : (-8) \cdot 3 = 0$ | i. $-(-12) : \square = -3 $ |

15. Completen la tabla.

a	b	a · b	-a · b	a · (-b)	-a : (-b)	a : b
-10		20				
	3	-18				
12			48			
	5	75				

16. Resuelvan e indiquen el número entero que representa la respuesta en cada caso.

- a. Luis gana \$12 000 al mes; si no gasta nada, ¿cuánto ahorrará en 3 meses?
- b. Si por Internet paga \$500 por mes, ¿cuánto gastará de Internet en 5 meses, si no aumenta la tarifa?
- c. Romina gasta \$100 en revistas por mes; si deja de comprarlas durante 4 meses, ¿cuánto logrará ahorrar?

51. Operaciones combinadas

► SABERES DINÁMICOS

Una **operación combinada** es un cálculo en donde se combinan las cuatro operaciones vistas con números enteros, es decir, la suma, la resta, la multiplicación y/o la división.

Para resolverlas se debe tener en cuenta el orden o **jerarquía de las operaciones**, y se pueden seguir estos pasos:

1. Se separa en términos, teniendo en cuenta que los signos que separan términos son los de suma y resta.
2. Se resuelven las multiplicaciones y las divisiones, aplicando las reglas de signos.*
3. Se suprimen los paréntesis aplicando los criterios correspondientes.**
4. Se resuelven las sumas y las restas.

TIP

*En la **página 169** pueden repasar las reglas de los signos.

En la **página 167 pueden repasar cómo eliminar los paréntesis.

$$\begin{aligned}
 & 3 \cdot (-2) - 5 \cdot (-2) - 4 \cdot 2 + 25 : (-5) - (-11) = & 1. \text{ Se separa en términos.} \\
 & -6 - (-10) - 8 + (-5) - (-11) = & 2. \text{ Se resuelven las multiplicaciones y las divisiones.} \\
 & -6 + 10 - 8 - 5 + 11 = & 3. \text{ Se suprimen paréntesis.} \\
 & (10 + 11) - (6 + 8 + 5) = & 4. \text{ Se resuelven las sumas y las restas.} \\
 & 21 - 19 = 2
 \end{aligned}$$

Para resolver operaciones combinadas donde hay operaciones dentro de los paréntesis, se pueden seguir los siguientes pasos:

1. Se separa en términos, teniendo en cuenta que los signos de separación son los de suma y resta.
2. Se resuelven las operaciones que se encuentran dentro de los paréntesis.
3. Se resuelven las multiplicaciones y las divisiones, aplicando las reglas de signos.
4. Se suprimen los paréntesis aplicando los criterios correspondientes.
5. Se resuelven las sumas y las restas.

El siguiente problema se puede resolver usando operaciones combinadas.

Escriban el cálculo combinado y resuévanlo.

"El doble del opuesto de 6 más un tercio del siguiente de -10."

Diagrama de anotaciones:

- "el doble" → $2 \cdot$
- "el opuesto de 6" → (-6)
- "el siguiente de -10" → $(-10 + 1)$
- "un tercio" → $: 3$

$$2 \cdot (-6) + (-10 + 1) : 3 =$$

$$\begin{aligned}
 & 2 \cdot (-6) + (-10 + 1) : 3 = \\
 & 2 \cdot (-6) + (-9) : 3 = \\
 & -12 + (-3) = \\
 & -12 - 3 = \\
 & = -15
 \end{aligned}$$

1. Se separa en términos.
2. Se resuelven las operaciones dentro de los paréntesis.
3. Se resuelven las multiplicaciones y las divisiones.
4. Se suprimen paréntesis.
5. Se resuelven las sumas y las restas.

TEST DE COMPRENSIÓN

1. Respondan y expliquen las respuestas.
 - a. ¿Cuál es el resultado de $5 - 3 \cdot 4$?
 - b. ¿Es cierto que la diferencia entre la mitad de -4 y el opuesto de 5 es 3?
 - c. ¿Es cierto que la suma entre el triple de -2 y la mitad de -8 es 10?
 - d. Escriban los pasos que se deben seguir para resolver el cálculo $2 \cdot (-4) - (-9) : 3 + (-3) \cdot (-2)$.

51. Operaciones combinadas

17. Unan con flechas cada operación combinada con el resultado correcto en cada caso.

- a. $5 - (6 - 8) \cdot (-1) =$ • -9
 b. $(4 - 9) \cdot (-3 + 1) - (-7) =$ • 1
 c. $3 + 2 \cdot (1 - 5) - 6 \cdot (-1) =$ • 13
 d. $4 \cdot (-3 + 1) - (-2) + 3 \cdot (-2 + 1) =$ • 3
 e. $5 \cdot (-1) + 2 \cdot (-10 + 8) - 5 \cdot (-2) \cdot 3 + (-1 - 7) =$ • 17

18. Encierren con un círculo el resultado correcto en cada caso.

- a. $6 - (3 - 7) : (-2) =$ 4 8 5
 b. $4 + (5 - 1) : (-4) + 2 \cdot (-9) : 3 =$ -8 -1 -3
 c. $7 - (4 - 6) \cdot (5 - 7) - 2 \cdot (-4) =$ 11 -10 19
 d. $-4 - 4 \cdot (-1 - 2) + 7 \cdot (-1) =$ 17 1 -23

19. Resuelvan los siguientes cálculos combinados.

- a. $-5 \cdot (-3) + 2 \cdot (-7 + 9) + (-10) =$ c. $-(8 - 3) \cdot (-2) + (-5) \cdot (-4 + 6) =$

- b. $10 - 3 \cdot (5 - 7) + (-4 + 1) \cdot 2 =$ d. $(25 - 13) : (-4) - 18 : (-3) - (-5) =$

20. Coloquen paréntesis o corchetes donde corresponda para que se verifiquen los resultados.

- a. $7 - 3 \cdot 2 + 4 \cdot (-1) = 4$ c. $4 - 2 \cdot 7 + 3 = 20$
 b. $3 \cdot 5 - 10 + 4 : 2 - 9 = -1$ d. $5 - 3 \cdot (-4) + 15 : (-3) = -13$

21. Completen la tabla.

Lenguaje coloquial	Lenguaje algebraico	Resultado
La suma entre el doble de un número y la mitad de 8 es igual al opuesto de 2.		
La suma entre el triple de un número y el anterior de -7 es igual al valor absoluto de -4.		
La diferencia entre un número y el opuesto de 4 es igual al doble del opuesto de 3.		
La suma entre un número y su anterior más el valor absoluto del opuesto de 5 es igual al anterior de -3.		

51. Operaciones combinadas

22. Completen para que se verifiquen las igualdades.

a. $3 \cdot (a - b) = (\square - \square) + (\square - \square) + (\square - \square)$ b. $3 \cdot (a - b) = 3 \cdot \square - 3 \cdot \square$

• Si $a = -3$ y $b = 4$, verifiquen las igualdades anteriores.

23. Resuelvan.

a. La mamá de Julián le dio \$1 000 para los gastos de la semana. Si cada día gasta \$50 en viaje para ir al colegio y \$100 en la merienda, ¿le alcanza hasta el viernes? ¿Cuánto le sobra?

b. Juan salió de su casa para hacer las compras con \$600. Compró pan por \$80, tres gaseosas por \$120 cada una y dos paquetes de fideos por \$55 cada uno. Además, cuando volvía de las compras, se encontró \$100: ¿con cuánto dinero regresó a su casa?

c. Un aire acondicionado logra bajar la temperatura 2°C cada 15 minutos. Una tarde de verano de 36°C Carolina decide prender el aparato esperando tener una temperatura de 20°C en el interior de su casa. ¿Cuánto tiempo deberá esperar Carolina en su casa para la temperatura deseada?

• ¿Es adecuada la temperatura a la que puso el aire acondicionado Carolina? ¿Por qué?

24. Corrijan los errores en los siguientes cálculos combinados.

a. $12 + 3 \cdot 2 - (-10) =$
 $15 \cdot 2 + 10 =$
 $30 + 10 = 40$

c. $-3 \cdot 4 + 2 \cdot 5 - (-2) =$
 $-12 + 10 - 2 =$
 $-2 - 2 = -4$

b. $(-24) : 4 \cdot (-3) =$
 $(-24) : (-12) = 2$

d. $-(9 - 4) + |-2| + 2 \cdot 4 =$
 $-5 - 2 + 8 = 1$

51. Operaciones combinadas

25. Resuelvan los siguientes cálculos combinados en sus carpetas e indiquen cada uno de los pasos que hicieron para resolverlos.

a. $-(2 - 3) \cdot [-6 \cdot (3 - 5 + 1)] =$

d. $(-36) : (-9) - [-2 - (-5 - 4)] \cdot 2 + 1 =$

b. $-4 + 3 \cdot (-2) - (6 - 10) \cdot (-8 + 5) =$

e. $-4 - 10 : (-2) - [6 + 20 : (-5)] =$

c. $(-4 - 10) : (-7) + (5 - 2 \cdot 3) \cdot (-2) \cdot (-3) =$

f. $-(-3 + 7) - 18 : (-3) : 3 \cdot (-20 + 18) =$

26. Encuentren los valores de "x" que verifican las siguientes igualdades.

a. $|x| \cdot (-3) + 4 = -2$

b. $2 \cdot |x| + (-18) : 3 = 2$

27. Resuelvan.

a. Matías fue a la librería y compró dos cuadernos por \$120 cada uno, tres lapiceras a \$10 cada una y un conjunto de reglas por \$250. Pagó con tarjeta de débito, revisó el saldo de su cuenta y le quedaban -\$120. ¿Cuánto dinero tenía antes de comprar en la librería?

b. Ángeles compró tres pantalones a \$900 cada uno, cuatro remeras a \$440 cada una y dos pares de zapatillas a \$2 000 cada uno. Le realizaron los siguientes descuentos: \$100 por cada pantalón, \$120 por cada remera y \$200 por cada par de zapatillas. ¿Cuánto pagó por toda la compra? Si había llevado \$10 000, ¿cuánto le sobró?

28. Escriban V (verdadero) o F (falso). Expliquen los casos falsos con un ejemplo en la carpeta.

a. El producto entre un número entero y su opuesto siempre es un número negativo.

☐

b. El cociente entre un número entero distinto de cero y su valor absoluto siempre es un número positivo.

☐

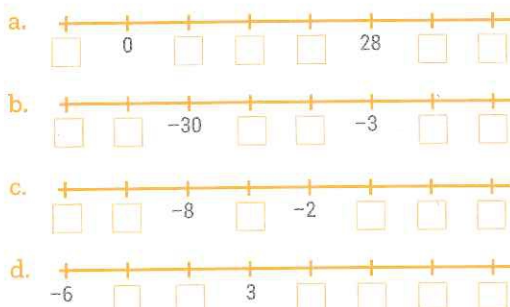
c. La suma entre un número entero distinto de cero y su valor absoluto siempre es el doble del número.

☐

29. Escriban un número entero que represente cada situación.

- Julián cobró su sueldo por \$14 000.
- Susana pagó \$1 500 de impuestos.
- La cima del monte Everest se encuentra a 8 848 m sobre el nivel del mar.
- Un submarino desciende a 400 m bajo el nivel del mar.
- Aristóteles nació en el año 385 a. C.
- El ascensor está en el tercer subsuelo.

30. Completen las siguientes rectas numéricas con los números que corresponden.



31. Ubiquen en una recta numérica los siguientes números enteros.

- 5; 3; 0; -2; 6
- 10; 25; 0; 5; -15

32. Ordenen de menor a mayor los números enteros de la actividad anterior.

33. Completen con $>$, $<$ o $=$.

- -9 $-|-8|$
- $-(-4)$ $-|-5|$
- $-(-10)$ $|-10|$
- $|-9| + |6|$ $|-5|$

34. Lean atentamente y respondan "siempre", "a veces" o "nunca" según corresponda. Escriban ejemplos para explicar cada caso.

- El opuesto de un número entero distinto de cero es positivo.
- El valor absoluto de un número entero distinto de cero es positivo.
- La suma de dos números enteros opuestos es cero.

35. Expresen en lenguaje algebraico los siguientes enunciados. Luego, respondan.

- Lucas tenía \$80, se compró un alfajor de \$35 y le regalaron \$20. ¿Cuánto dinero le quedó a Lucas?
- A la tarde la temperatura era de 25°C , pero bajó 9°C . ¿Cuál es la temperatura actual?
- El saldo que tenía Vera en su cuenta del banco era de \$250, pero gastó \$310 en servicios. ¿Cuál es el saldo actual?
- Un avión volaba a 3 000 m de altura y descendió 1 200 m por una tormenta. ¿A qué altura se encuentra?
- El filósofo Platón nació en el año 427 a. C. y vivió 80 años. ¿En qué año murió?
- Ale salió de su departamento, bajó 4 pisos para buscar a Santi, desde ahí subieron 8 pisos hasta la casa de Lore, que vive en el piso 9. ¿En qué piso vive Ale?

36. Completen con números enteros las casillas en blanco para que se cumpla la condición pedida en cada caso.

- La suma de todas las filas y de las columnas debe ser 4.

-7		7
	+3	
		0

- La suma de todas las filas, de las columnas y de las dos diagonales debe sumar lo mismo.

-5		-1
	-2	
		1

37. Lean atentamente y resuelvan.

En la siguiente tabla se indican las temperaturas máximas y mínimas que se han registrado en algunas ciudades de nuestro país durante 2019.

Ciudad	Temperatura mínima	Temperatura máxima
La Quiaca	-6	24
La Plata	0	33
Villa Carlos Paz	-1	34
Ushuaia	-5	17
Bahía Blanca	-2	36

- ¿Qué ciudad registró la temperatura más baja?
- ¿Qué ciudad registró la temperatura más alta?
- ¿Qué ciudad registró la mayor diferencia entre las temperaturas máxima y mínima?
- Ordenen las ciudades de menor a mayor teniendo en cuenta sus temperaturas mínimas.
- Ordenen las ciudades de menor a mayor teniendo en cuenta sus temperaturas máximas.

38. Tengan en cuenta el dato y calculen.

Dato: $p \cdot q = 10$

- $p \cdot q : 5 =$
- $q \cdot 3 \cdot p =$
- $-p \cdot 5 \cdot q =$
- $2 \cdot (p \cdot q - 5) =$

39. Lean atentamente y resuelvan.

- Escriban los números enteros que se encuentran a menos de cuatro unidades del -2.
- Escriban los números enteros que se encuentran a tres unidades del -8.

40. Lean atentamente y resuelvan.

En la siguiente tabla se muestran las altitudes en metros de algunos de los puntos más altos de las provincias argentinas.

Provincia	Nombre	Altitud
Mendoza	Aconcagua	6 962 m
Catamarca	Cerro Ojos del Salado	6 891 m
San Juan	Cerro Mercedario	6 770 m
Tucumán	Cerro del Bolsón	5 552 m
Neuquén	Volcán Domuyo	4 707 m
Santa Cruz	Cerro San Lorenzo	3 706 m
Río Negro	Cerro Tronador	3 491 m
Córdoba	Cerro Champaquí	2 885 m
Chubut	Cerro Dos Picos	2 515 m
La Pampa	El Peralito	1 300 m
Buenos Aires	Cerro Tres Picos	1 239 m
Misiones	Cerro Rincón	843 m
Formosa	General Mosconi	215 m
Entre Ríos	Seguí	103 m
CABA	Villa Devoto	27 m

Consideren El Peralito (provincia de La Pampa) como el nivel cero y escriban **V** (verdadero) o **F** (falso) según corresponda.

- Cerro Mercedario se encuentra a 5 470 m. ☐
- Seguí se encuentra a -1 197 m. ☐
- El cerro Tres Picos se encuentra a 61 m. ☐
- El cerro Tronador se encuentra a 2 191 m y el cerro Rincón a 457 m. ☐
- El cerro Dos Picos se encuentra a -1 215 m. ☐

ISBN 978-987-764-303-9



9 789877 643039 >

www.puertodepalos.com.ar

argentina.infopuerto@macmillaneducation.com

 /EditorialPuertodePalos

 /editorialpuertodepalos